

第3章 公共財の供給 (The Provision of Public Goods)

3.1 公共財とは？	2
3.1.1 定義：2つの特徴.....	2
3.1.2 別の定義.....	2
3.1.3 公共財のいろいろ.....	2
3.1.4 準公共財の私的供給.....	3
3.1.5 準公共財の私的供給（高速道路のケース）	3
A: 民間の場合.....	4
B: 公的の場合.....	4
C: 公的か民間か.....	4
3.2 モデル設定：公共財の理論.....	5
3.3 公共財の最適供給	5
3.4 公共財の市場供給（競争均衡、レッセフェーレ（自由放任）均衡）	6
3.4.1 競争均衡（民間財として取引）	6
3.4.2 競争均衡（公共財として取引）	6
3.4.3 市場均衡価格は決まるのか？.....	7
3.5 公共財と民間財の比較.....	9
3.5.1 パレート配分（図示）	9
3.5.2 公共財と民間財の性質の違い：まとめ（双対性）	13
3.6 公共財の交渉的供給：リンダール均衡.....	14
3.6.1 均衡価格の決定.....	14
3.6.2 リンダール均衡の性質（特徴）	15
3.6.3 リンダール均衡への調整プロセス（交渉）	15
3.6.4 リンダール均衡の問題点（需要の顕示問題）	15
3.7 公共財の政治的供給：ボーエンの投票機構.....	17
3.8 公共財の市場供給：政府の介入と顕示選好.....	19
3.8.1 クラークグロブスメカニズム	19
3.8.2 この補助は顕示選好を通じて、効率的供給を達成	21
3.8.3 料金メカニズムの収支.....	21
料金＝相手が蒙る被害総額.....	22
3.8.4 その他の政府介入の効果.....	25
3.9 均衡（効率配分）の公平的位置付け：効率、公平、社会厚生.....	26
3.9.1 社会厚生を考え方.....	26
3.9.2 社会厚生最大化モデル.....	27
3.9.3 リンダール均衡の公平的位置付け.....	28
3.9.4 政治的供給（投票）における公平的位置付け.....	30

3.9.5 まとめ	31
3.10 公共財の政府供給：社会厚生を最大化	32
3.10.1 最大化問題	32
3.10.2 政府供給の問題点	33

3.1 公共財とは？

3.1.1 定義：2つの特徴

- 非競合性（消費の集合性）：供給された財は、その利用者の数に関わらず、すべての人が消費できる
（ある主体によって供給された財が他の人にも正の外部効果を持つ。）
- 非排除性（排除不可能性）：対価を支払わない人を、その使用から排除することができない
：例（公園、灯台、防衛、警察）

3.1.2 別の定義

- 1：使用を割り当てることが不可能な財→非排除性
- 2：使用を割り当てることが望ましくない財→ある個人の消費は他の人が利用できる量を減らさない。人が入ってくれば、その人は楽しめる。混雑がない。→非競合性

3.1.3 公共財のいろいろ

純粹公共財：上の二つの特徴を持つ

準公共財：どちらかの特徴を持つ。

- (1) 排除可能、非競合的

例：混んでいない高速道路。

高速道路は料金所で排除、もしくは、対価を支払わずことは可能。しかし、混雑していない時には、使用させることによる限界費用＝0なので、非競合的である。

- (2) 競合的、非排除的

例：公共トイレ、公共施設での水道など

誰かが使用していれば、使用できないと言う意味で競合的。排除は、それぞれのトイレに、門番を付ければ可能だが、膨大なコストが必要。（これに対して、水道を付けることは比較的安い）

純粹民間財：どちらの効果もない。

3.1.4 準公共財の私的供給

公共財は、政府（公的）だけではなく、民間（私的）にも供給される。

公共財と公的に供給される財は等しくないことに注意。

一方で、公的供給される私的財も存在する。

	私的供給	公的供給
公共財に近いもの	¹ ボランティア	通常の公共サービス
民間財に近いもの	通常の消費財	² 公的住宅、 教育（公立学校）

3.1.5 準公共財の私的供給（高速道路のケース）

排除可能、非競合的な財に関しては、私的供給が可能である。

では、公的供給と私的供給のどちらが望ましいのか？

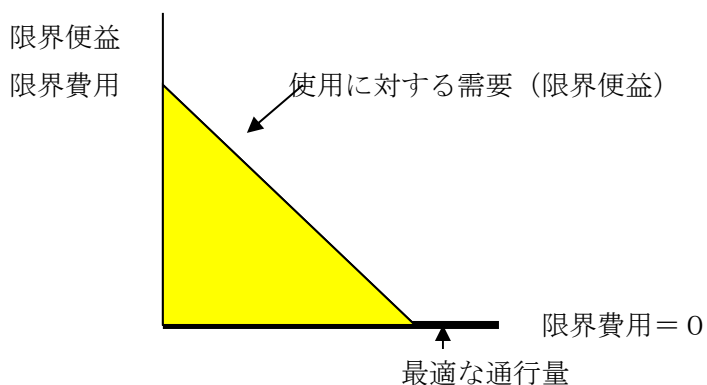
高速道路のケース

社会的に最適な通行量は、通行の限界費用＝限界便益となる点である。

もし混雑していないなら、通行の限界費用＝0である。（道路の補修などは除く）

つまり、限界効用が0になるまで通行されるべきである。

つまり、無料のもとで自然と通行量が決まる状態がベスト。



色つき部分＝使用による厚生を増分

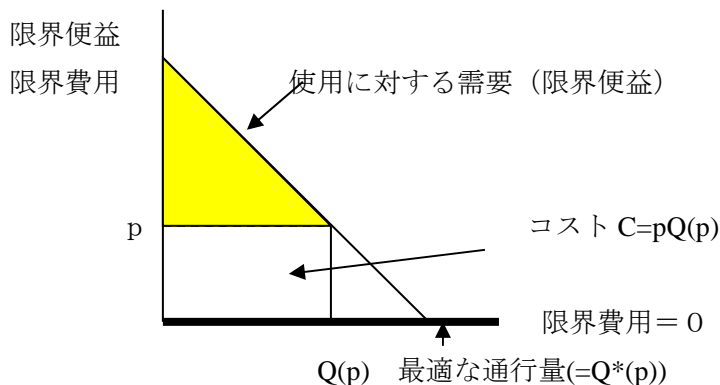
しかしながら、建設には膨大なコストがかかっている。このコストはどうするのか？

¹ Private provision of public goods, Privately provided public goods

² Public provision of private goods, Publicly provided private goods

A: 民間の場合

コストに見合った通行料を設定する。 $C = p Q(p)$ となる p を設定

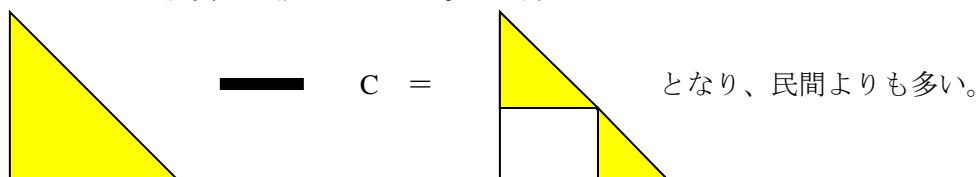


p が設定されると通行量は Q になる。そのとき、通行による厚生を増分は減少する。

B: 公的の場合

使用料金をとらないとすれば、最適な通行量 ($=Q^*(p)$) が達成される。厚生は減少はないが、この建設コストは他の税でまかなう必要あり。

歪みの無い方式で建設費用を調達したとき。必要額 $= C$



利用による厚生を増分

しかし、一般に税金も歪みがあり、実際のコストは、 C では収まらない。最適課税の章を参照。

C: 公的か民間か

厚生が小さい方で行うべき。

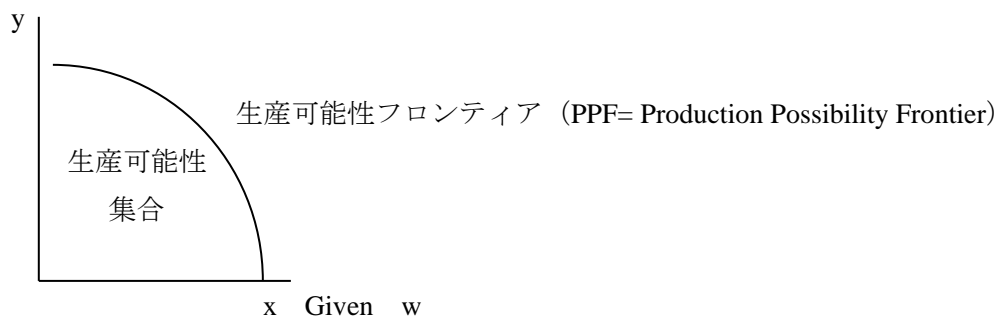
税の負担者と通行者が違う場合は、所得分配の問題もある。

3.2 モデル設定：公共財の理論

2 個人 (A さんと B さん)、1 企業、2 生産物 (X=私的財、Y=公共財)、1 資源 (w : wealth)

- 家計の効用関数： $U^i = u^i(x^i, y)$ $i = A, B$
- 生産可能性集合： $f(x, y, w) = 0$

w という資源を使って生産可能な x と y の集合



3.3 公共財の最適供給

パレート効率性の条件を導出

$$\text{MAX } U^A = u^A(x^A, y) \quad \text{s.t.} \quad f(x, y, w) = 0 \quad \text{and} \quad u^B(x^B, y) = \bar{u}^B$$

EX:導出する。

$$\frac{u_y^A}{u_x^A} + \frac{u_y^B}{u_x^B} = \frac{f_y}{f_x} \quad \longrightarrow \quad \Sigma \text{MRS} = \text{MRT} \quad (\text{サミュエルソン条件})$$

3.4 公共財の市場供給（競争均衡、レッセフェーレ（自由放任）均衡）

3.4.1 競争均衡（民間財として取引）

家計の行動：MAX $U^i = u^i(x^i, y^i + y^{-i})$ s.t. $px^i + qy^i = w^i$ $i = A, B$

企業の行動：MAX $\pi = px + qy - w$ s.t. $f(x, y, w) = 0$

市場均衡： $x^A + x^B = x$ 、 $y^A + y^B = y$ ($w^A + w^B = w^3$)

(注：価格 q が民間財のように取引されるため、需要量の和が生産量と等しくなる。)

EX:導出

家計の行動より、 $\frac{u_y^i}{u_x^i} = \frac{q}{p}$ 。企業の行動より、 $\frac{f_y}{f_x} = \frac{q}{p}$

したがって、 $\frac{u_y^A}{u_x^A} = \frac{u_y^B}{u_x^B} = \frac{f_y}{f_x}$ \longrightarrow MRS=MRT

効率性条件とは一致しない。

3.4.2 競争均衡（公共財として取引）

家計の行動：MAX $U^i = u^i(x^i, y)$ s.t. $px^i + qy = w^i$ $i = A, B$

企業の行動：MAX $\pi = px + 2qy - w$ s.t. $f(x, y, w) = 0$

(注：公共財価格は q だが、二人が需要するので、受取は、 $2q$ となる。)

市場均衡： $x^A + x^B = x$ 、 ($w^A + w^B = w^4$)

EX:導出

家計の行動より、 $\frac{u_y^i}{u_x^i} = \frac{q}{p}$ 。企業の行動より、 $\frac{f_y}{f_x} = \frac{2q}{p}$

したがって、 $\frac{u_y^A}{u_x^A} + \frac{u_y^B}{u_x^B} = \frac{f_y}{f_x}$ \longrightarrow Σ MRS=MRT (効率性条件成立)

効率性条件と一致。

³ 簡単化のため、このレベルは外生的に与えられていると仮定する。

⁴ 簡単化のため、このレベルは外生的に与えられていると仮定する。

3.4.3 市場均衡価格は決まるのか？

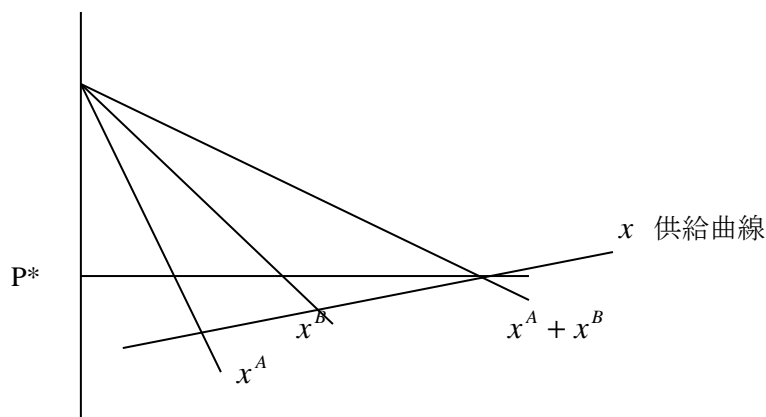
3.4.2 では、効率性の条件式は満たされたが、取引を可能にする均衡価格は存在するのか？
 需要と供給を一致させるような均衡価格。
 通常市場→価格のパラメータ機能→需給の一致

家計の条件式と予算制約式より、各家計の需要関数は、
 $x^i = x^i(p, q, w^i)$ 、 i さんの民間財需要
 $y^i = y^i(p, q, w^i)$ 、 i さんの公共財需要
 となる。

(1) 民間財のケース

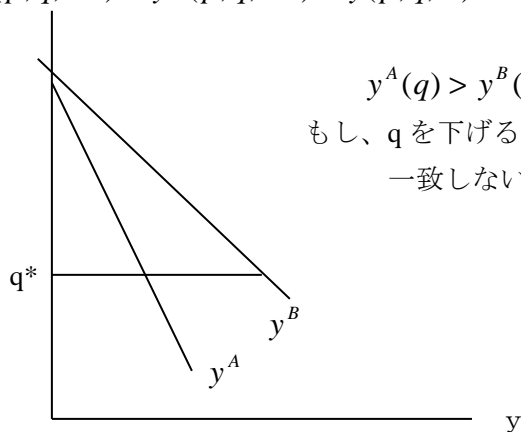
$$\underbrace{x^A(p, q, w^A) + x^B(p, q, w^B)}_{\text{需要側}} = \underbrace{x(p, q, w)}_{\text{生産側(供給曲線)}}$$

需要 < 生産 なら 価格の下落 需要 > 生産 なら 価格の上昇	=	価格のパラメータ機能
--------------------------------------	---	------------



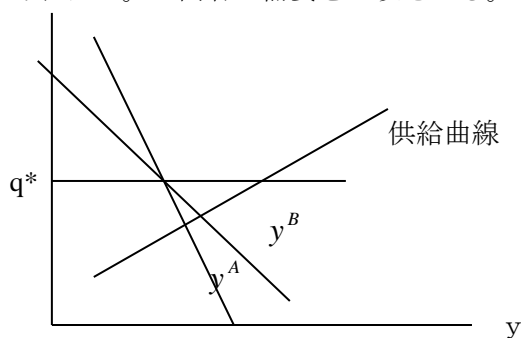
(2) 公共財のケース

$$y^A(p, q, w^A) = y^B(p, q, w^B) = y(p, q, w)$$



$y^A(q) > y^B(q)$ のとき、価格はどうか調整される？
もし、 q を下げるなら、 $y^A(q)$ も $y^B(q)$ もともに増大。
一致しない。

交点があれば？。→両者の需要を一致させる。しかし、供給と一致するとは限らない。



価格が調整されても、（偶然でない限り）需要と供給を一致させるような均衡価格に到達しない。つまり、均衡価格のパラメータ機能は、働かない。

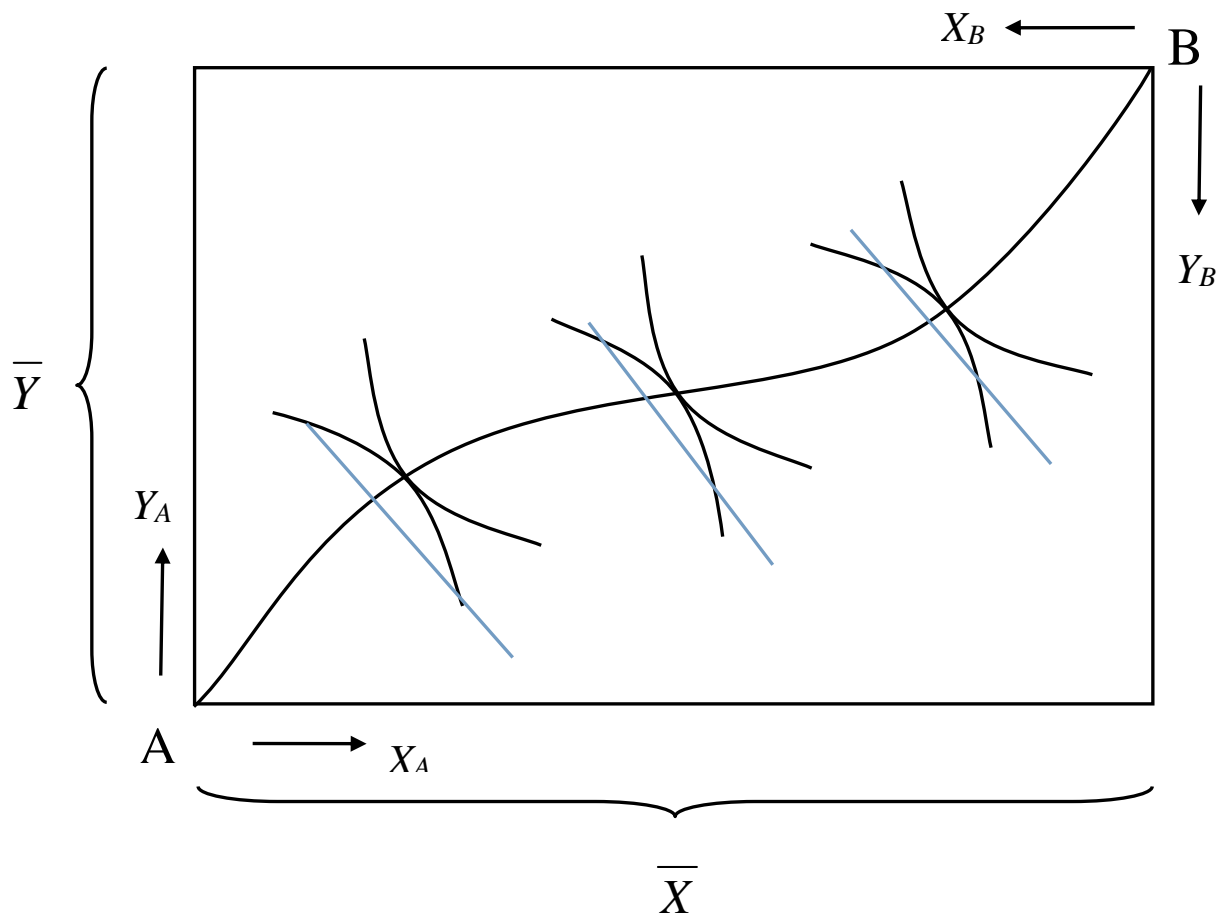
3.5 公共財と民間財の比較

3.5.1 パレート配分 (図示)

- (1) 民間財のケース
- (2) 公共財のケース
- (3) 民間財のケース (生産活動を含む)
- (4) 公共財のケース (生産活動を含む)

(1)民間財

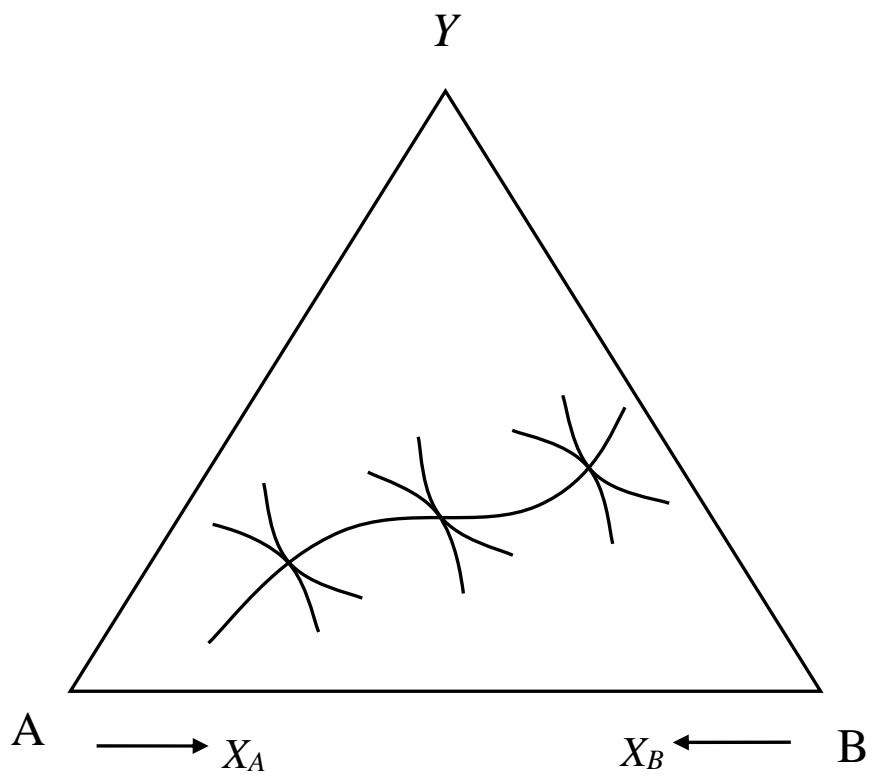
均衡： $MRS_A=MRS_B$



モデル

(2)公共財

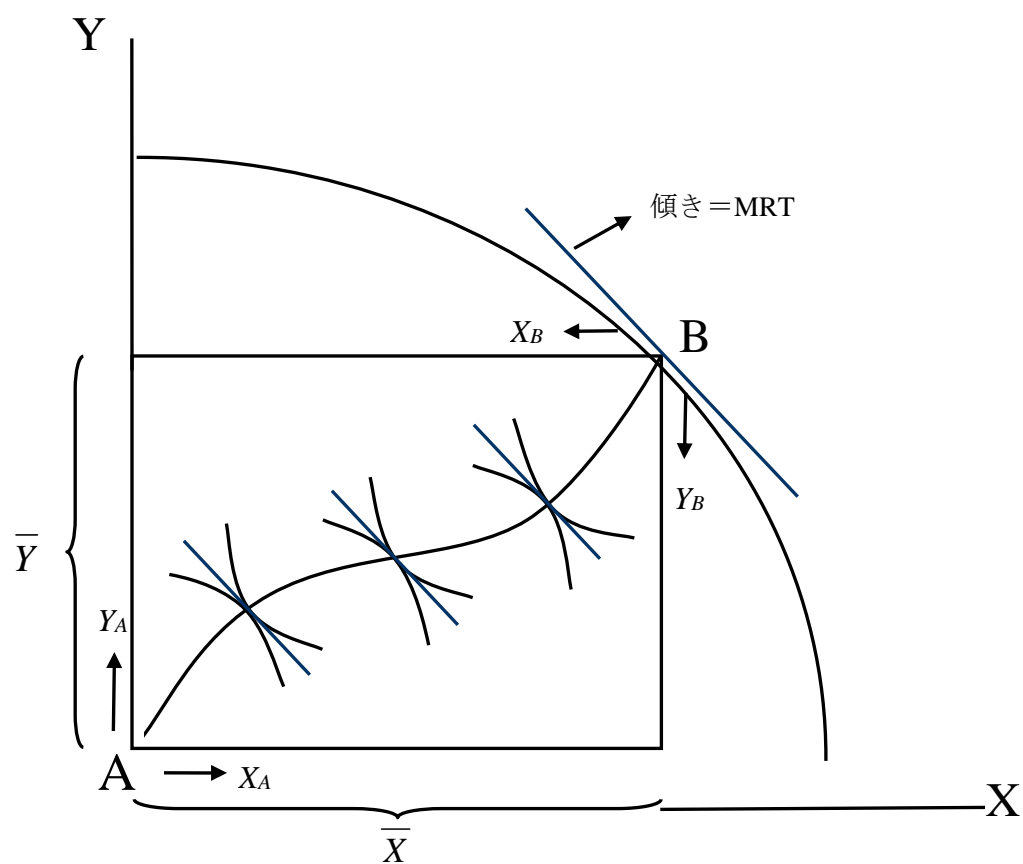
均衡： $MRS_A + MRS_B = 1$



モデル

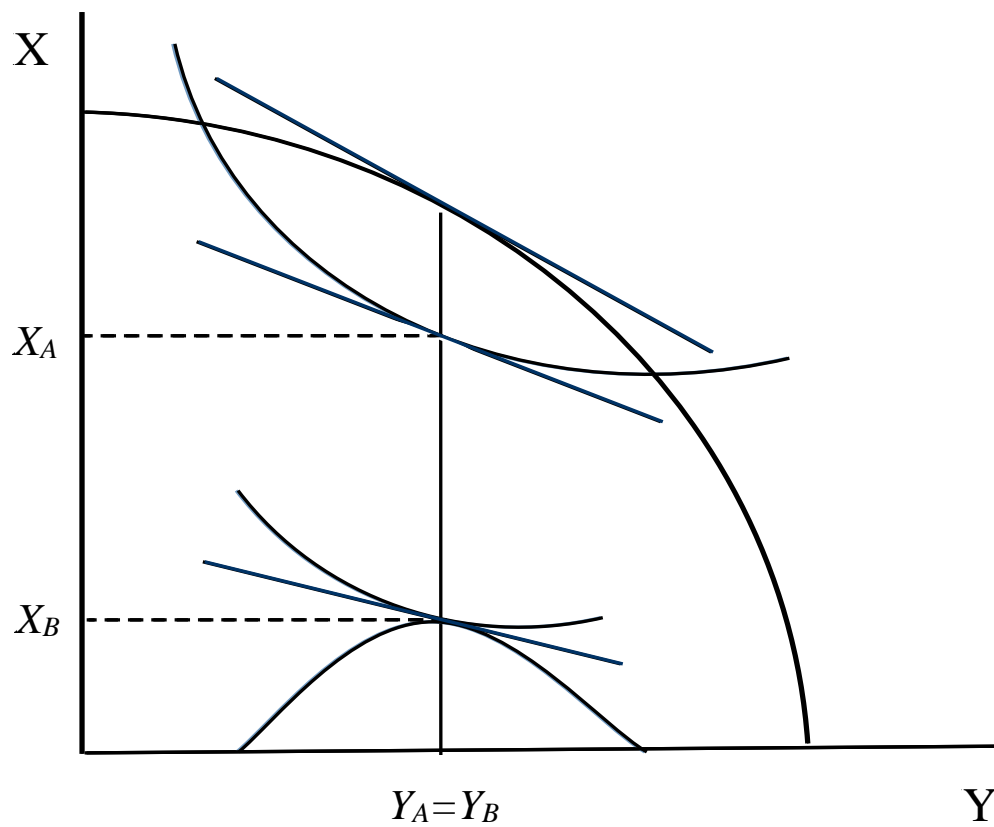
2.生産とともに

(1)民間財

均衡： $MRS_A = MRS_B = MRT$ モデル

(2)公共財

均衡： $MRS_A + MRS_B = MRT$



モデル

3.5.2 公共財と民間財の性質の違い：まとめ（双対性）

	公共的変数（個人間共通）	私的変数（個人間差異あり）
民間財	(供給) 価格	(需要)数量
公共財	(供給) 数量	(需要)価格=MRS

競争市場→共通価格を提示

→公共財供給では失敗

→どうすればいいのか？

→個別価格を提示できる社会を作る！（次節で分析）

3.6 公共財の交渉的供給：リンダール均衡

3.6.1 均衡価格の決定

- 家計の行動

$$: \text{MAX } U^i = u^i(x^i, y^i) \quad \text{s.t.} \quad px^i + q^i y^i = w^i \quad i = A, B$$

p は、民間財の価格（個人間で共通）

q^i は、公共財に対する個別価格。

y^i は、各個人の公共財への需要数量（公共財であるため、均衡では、 $y^A = y^B$ となる。）

条件式

$$\frac{u_y^i}{u_x^i} = \frac{q^i}{p}, \quad px^i + q^i y^i = w^i \implies \text{需要関数 } y^i(p, q^i, w^i), x^i(p, q^i, w^i)$$

- 企業の行動

$$: \text{MAX } \pi = px + qy - w \quad \text{s.t.} \quad f(x, y, w) = 0$$

(仮定 $w^A + w^B = w$)

条件式

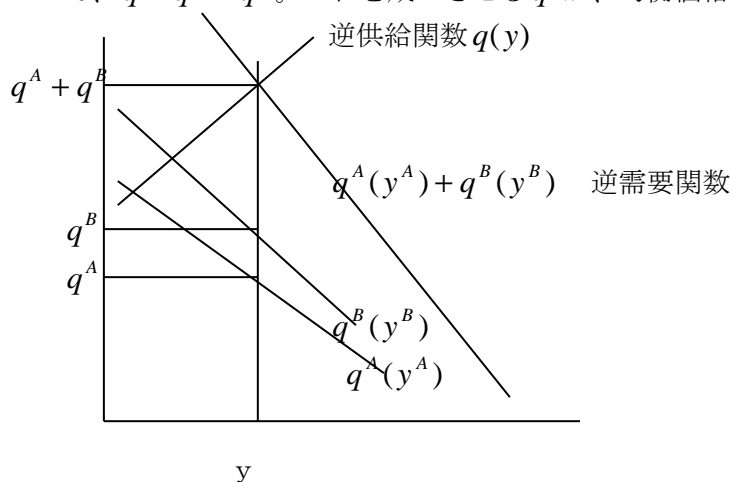
$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{q}{p}, \quad f(x, y, w^A + w^B) = 0 \implies \text{供給関数 } y(p, q, w), x(p, q, w)$$

リンダール均衡

$$y^A(p, q^A, w^A) = y^B(p, q^B, w^B) = y(p, q^A + q^B, w) \text{ (公共財制約と公共財の需給一致)}$$

$$(x^A(p, q^A, w^A) + x^B(p, q^B, w^B) = x(p, q^A + q^B, w) \text{ (民間財の需給一致)})$$

ここで、 $q = q^A + q^B$ 。これを成立させる q^i が、均衡価格となる。



負担割合を示す均衡価格 q^i

公共財の供給価格を1とすれば、 $q^A + q^B = 1$ となり、各個人の価格は、公共財供給のためのコストの個人間シェアとなる。

また、 $q^i y$ は、公共財を供給するための各個人の負担額。

効率性の達成（以下では簡単化のため $p = 1$ としておく）

このとき、条件式 $\frac{u_y^i}{u_x^i} = q^i$ より、 $\frac{u_y^A}{u_x^A} + \frac{u_y^B}{u_x^B} = MRS^A + MRS^B = MRT = q = q^A + q^B$

となる。つまり、 $\Sigma MRS = MRT$ で、効率性の条件が成立＝**効率的!!!**

3.6.2 リンダール均衡の性質（特徴）

- (1) リンダール価格が適切に達成されれば、パレート効率的になる。（前節参照）
（厚生経済学の第一基本定理に対応）
- (2) いかなる均衡も、初期保有量の適切な所得再配分とともに達成可能。
（厚生経済学の第二基本定理に対応）

この均衡価格は、民間財のように、価格調整でうまく決定されるのか？

(答え)交渉ではうまく行く！（次節参照）

3.6.3 リンダール均衡への調整プロセス（交渉）

リンダール均衡達成に必要なもの

=それぞれの個人の真の需要 = $y^A(q^A), y^B(q^B)$

お互いに、真の需要を申告すると仮定すれば、交渉によって、最適な供給が行われる。（パレート効率的条件が成立）（図による説明：省略）

効率性達成のための問題点

- *人々が多くなっても交渉できるのか？
- *コストの負担割合に関する決定がスムーズに行くのか？（交渉力分配の問題）
- *真の需要を申告するのか？（需要の顕示問題）→次小節

3.6.4 リンダール均衡の問題点（需要の顕示問題）

消費者は、自分の本当の需要を申告するのか？

→ただ乗りの問題（Free-rider Problem）

(図による説明 (省略))

嘘について、過小な需要を申告したときの2つの効果

(1) コスト削減効果

もし、自分の希望した需要量によって、コスト負担が決められるならば、その希望需要量を減らすことによって、自分の支払うコストを小さくすることができる。

→私的な消費の拡大。→効用の増大

(2) 公共財規模の縮小効果

嘘について、希望需要量が減少したことにより、社会的に必要なと想定される公共財の規模が減少する。

→効用の減少

したがって、(1)と(2)の大小で、嘘をつくかどうかを選択される。

わかること

*参加人数が多いほど、ただ乗り問題が発生しやすい(社会全体の需要曲線はほぼ垂直だから)

*2つの効果の大きさは、効用関数の傾き次第。(図による説明 (省略))

3.7 公共財の政治的供給：ボーエンの投票機構

2つの投票メカニズム：①多数決原理、②過半数原理

①多数決原理：いくつかの選択肢から一つを選択し、最多数を得た提案を採用する。

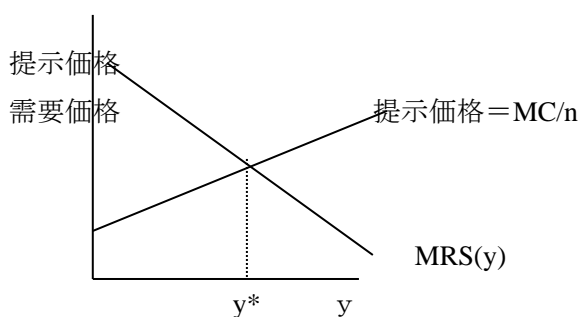
②過半数原理：無作為に二つを選択し、多数（過半数）を得た提案を残す。これを繰り返し、最後に残った提案を採用する。

負担の仮定：負担は、参加人数で頭割り。

(1) 投票メカニズム1：多数決原理

各自が自分の好むレベルを申告：MRS=提示された価格(MC/n)となるレベル

(ここでMRSは、 y の関数で、 y が限界的に増加したときに支払っても良いと思う価格(=需要価格)を表す。MRS(y)は、需要関数と一致、MC/nは、一人当たりコスト)



命題

もし、人々の、公共財に対する効用の分布が正規分布（正確には、他の人のMRSの平均が最多数を得た公共財レベルの人のMRSと一致）であるならば、パレート効率的な公共財供給が達成される。

直感

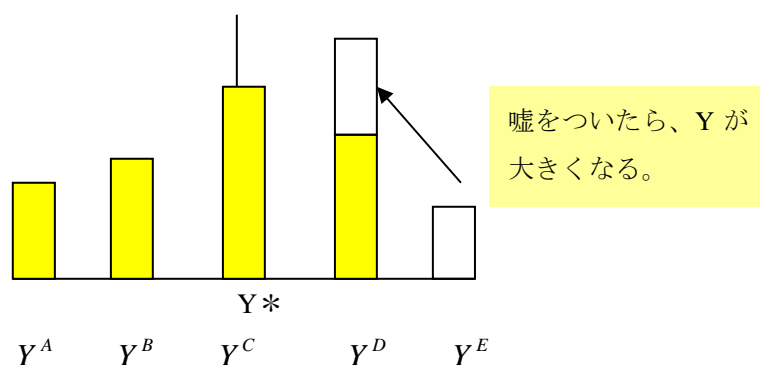
正規分布→選ばれた公共財レベル=各消費者分布の平均に位置する人の選択したレベル→そのレベルでは、平均に位置する人のMRS=各消費者のMRSの平均
→レベルは、一人あたり限界費用(MC/n)=平均に位置する人のMRSで決まる。

$$(1/n) \sum MRS = MC/n \rightarrow \sum MRS = MC \rightarrow \text{効率性条件が成立}$$

問題点

①実際の分布は、正規分布ではない。

②違った選択肢に投票すれば、それが最多数になる可能性がある。その時、嘘を付くインセンティブあり。



ここで、 Y^E を選んだ人が、嘘をついて、 Y^D に投票すると、結果として採択される Y が大きくなる。 Y^E を選んだ人は、 Y^E を実現できないが、 Y^C よりも、より望ましい Y^D を実現できる。⇒嘘をつくインセンティブあり。

(2) 投票メカニズム2：過半数原理

中位投票者の定理

ある公共財に関して負担価格が与えられたとき、希望する公共財のレベルを小さいものから順にならべたとき、ちょうど真ん中に位置する人の希望するレベルが採択される。これは、その消費者の分布（正規分布、対称分布など）に依存しない。

また、以下の命題が得られる。

命題

中位投票者の MRS が、他の投票者の平均に一致しているならば、そのときに採択される公共財の供給量はパレート効率的である。（このとき、分布には依存しない。）

直感

(1) 多数決原理と同じ

嘘をつくインセンティブは？

上の図で、5つの Y のうち、あらゆる二つの Y に対して、過半数を取れるのは、中位投票者のいる Y^* のみ。嘘をつくインセンティブはない。

問題点

何回投票しても、一つの候補に絞られない可能性がある。投票が意味を持たない。

(選択する対象が、序列の無い物であれば、起りやすい。)

(例：公園、市民ホール、橋) 公共財から感じる効用の順序がひとそれぞれで違う。

次節では、顕示選好の問題を考える。

3.8 公共財の市場供給：政府の介入と顕示選好

3.8.1 クラークグロースメカニズム

クラークグロースメカニズムは、顕示選好を達成させるメカニズムであるが、本質的には、2.5の補助率設定の原理を使っている。

つまり、公共財の外部性に相当する分を、補助金として考慮する料金体系を導入する。

クラークグロースメカニズムのポイント：

① 2部料金制（固定価格＋変動価格）

② 他者の被る限界被害額を、ペナルティー限界料金として、本人に課す。（本人への嘘をつかせないためのインセンティブ料金）⁵

あらかじめ設定された固定価格（コスト負担）： q^A, q^B ただし、 $q^A + q^B = q$

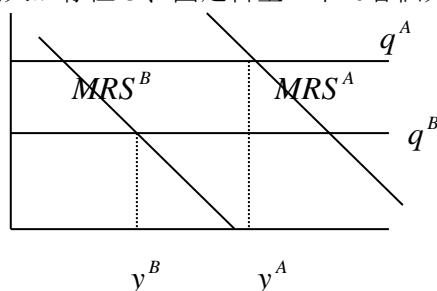
（以下では、単純化のために財の生産側は考慮せず、供給価格= q とする。）

j さんに対する限界的インセンティブ料金： $|q^i - MRS^i|$ ($i \neq j$)

（説明）相手の希望する公共財レベルよりも、自分の望む公共財レベルにむけて限界的に公共財レベルを変化させたときに発生する、相手の効用の減少分を、料金として支払う。結果として、そのレベルが相手の希望するレベルよりも過大になつときは、 MRS は小さくなるので、 $q^i - MRS^i > 0$ であり、また、希望のレベルよりも過小になつときは、 $q^i - MRS^i < 0$ である。この減少分が相手に課される。

実施方法

2個人が存在し、固定料金の下で各個人が希望する y の量は、 $y^A > y^B$ であるとする。



⁵ インセンティブ料金を課した場合、通常、限界価格の変化に伴う代替効果に加えて、所得効果が発生してしまう。そのときには、 MRS のカーブ（需要曲線）もインセンティブ料金の前後で変化してしまう。これは、効率的な公共財供給を阻害する。そのため、以下での議論では、公共財への需要に関して所得効果がない、すなわち所得の限界効用が一定であると仮定して話を進める。

ここで、インセンティブ料金を各個人に課して、 y を選択させる。

●個人 A の y の選択：以下の条件が成立するような y を選択する。

$$MRS^A(y) - q^A = [q^B - MRS^B(y)]$$

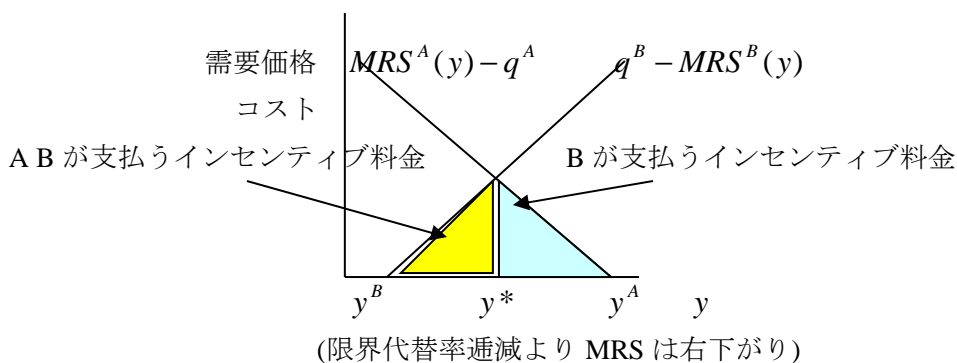
左辺：今、B の希望するレベルに y があるとして、そこから、 y を（A が希望するレベルにむけて）増加させることによる[限界便益—Y の限界的供給費用(q)]

右辺：今、B の希望するレベルに y があるとして、そこから、 y を（A が希望するレベルにむけて）増加させることによる限界コスト（インセンティブ料金）

B さんの希望するレベルから y を増やして、相手 B に被害を与えているので、その分、料金を支払う。A が希望するレベル（ $MRS^A(y) = q^A$ ）まで y を増加させる前に、上の式が成立するような Y が出てくる。この料金は正であるので、ここで選ばれる y は、料金が課される前よりも小さくなる。

図での説明

各個人は、以下の図の交点を選択する。



したがって、 MRS^i が真のものであれば、効率的な条件が達成される。

●個人 B の y の選択：以下の条件が成立するような y を選択する。

$$q^B - MRS^B(y) = [MRS^A(y) - q^A]$$

左辺：今、A の希望するレベルに y があるとして、そこから、 y を（B が希望するレベルにむけて）減少させることによる[限界便益(財の供給量が減るので、 q だけ節約できる)—限界費用（供給量の減少による効用の減少分）]：

A の希望するレベルは、過大すぎるので、この効果は正。

右辺：今、A の希望するレベルに y があるとして、そこから、 y を（B が希望するレベルにむけて）減少させることによる限界コスト（=A が被る被害額（A さんの被害 MRS と A さ

んの支出の節約額 q との差)) (インセンティブ料金)

Aさんの希望するレベルから y を減らして、相手 A に被害を与えているので、その分、料金を支払う。この料金は正であるので、ここで選ばれる y は、料金が課される前よりも大きくなる。

結果として、両者の選ぶ y は一致する。(同じ式だから)

Aさんは、料金が課されて、小さな y を選ぶ。また、Bさんは、料金を課されているので、自分の希望するレベルまで減らせずに、大きな y を選んでいる。結果として、同じ y が選ばれ、そのレベルで公共財が供給される。

明らかに、両者の選択式において、次が成立している。

$$MRS^A(y) + MRS^B(y) = q^A + q^B = q$$

3.8.2 この補助は顕示選好を通じて、効率的供給を達成

この方式には、顕示選好を達成する方法が組み込まれている。

ポイント：MRSの申告量によって、 y が決まるわけではない。

各個人の効用を最大にするように、 y は選択されている。

補助額設定に必要な真のMRSは、自然と顕示されている。

手順

(1) 政府は、各個人の各公共財レベルに対するMRSを聞く。

(ここで、嘘のMRSを申告しても、公共財の規模や費用負担とは直接的関係はない。

さらに、(5)で出てくるMRSと違いがあれば、すなわち、事後的に、嘘をついていたことがわかれば、無限大の罰を課す事を約束しておく。)

(2) 政府は、各個人のMRS(y)を把握する。

(3) それぞれの個人への料金を設定する。

(4) 個人は、効用が最大になるような y を選択する。

(5) 選択された y の値から、 $q^i - MRS^i$ を計算する。

(これは、必ず(1)で申告したMRSと一致：もしずれているなら、効用最大化を行っていることと矛盾する。嘘のMRSを見せるために、嘘の y を選ぶインセンティブはない。そのようなことをすれば、効用が確実に下がるから。)

(6) 各個人のMRSは真のものであり、顕示選好が達成されているので、 y は効率的。

3.8.3 料金メカニズムの収支

上記の方法は、完全に最適な状態を導けるのか？

ここでは、効率性の条件が達成されることが示された。

しかし、他の問題が生じているならば、最適であるとは言えない。

ポイント；モデルで示した限界料金になるためには、どのような料金支払い体系が必要なのか？そのとき、料金の収支は？

料金支払いの例 1

限界価格を実際の価格として、「限界価格×公共財供給量」を支払わせるケースを考える。そのとき、消費者の行動は以下になる。

$$\text{MAX } u^i(x^i, y) \quad \text{s.t.} \quad x^i + q^i y + \left| (q^{-i} - \text{MRS}^{-i}(y)) \right| y = \bar{w}^i$$

ここで、 y は、事後的に同じになるので、 y の沿え字は省いている。

さて、ここで、消費者の直面する価格は、モデルで想定したものになるであろうか？消費者の FOC は、以下になる。

$$\text{MRS}^i = q - \text{MRS}^{-i}(y) - \frac{\partial \text{MRS}^{-i}(y)}{\partial y} y$$

すなわち、希望する y を変化させると、料金も変わってしまうため、限界価格が 3.8.1 で想定したものにならないのである。

では、どのような料金システムなら良いのか？

料金支払いの例 2

料金＝相手が蒙る被害総額

そのとき、消費者の行動は以下になる。

$$\text{MAX } u^i(x^i, y) \quad \text{s.t.} \quad x^i + q^i y + \left| \int_y^{y^{-i}} (q^{-i} - \text{MRS}^{-i}(y^{-i})) dy \right| = \bar{w}^i$$

このようにすれば、消費者の FOC は、以下になる。

$$\text{MRS}^i = q - \text{MRS}^{-i}(y^{-i})$$

したがって、モデルで想定した限界価格となる。

収支

では、この料金体系で、収支はどうなるであろうか？

支出：企業への支払いは、生産価格×生産量なので、 py^*

料金収入：固定価格＋インセンティブ料金なので、以下となる。

$$(p^A + p^B)y^* + \left| \int_{y^B}^{y^*} (p^B - MRS^B(y))dy \right| + \left| \int_{y^*}^{y^A} (p^A - MRS^A(y^A))dy \right|$$

$p^A + p^B = p$ と設定されているので、クラークグロブスメカニズムでは、税金を取りすぎ。(黒字)

超過分を返却するとすると、それを予想して、さらに行動が変化してしまう。

返却しなければ、(公共財は効率的に供給されるが、) 消費財に関して資源配分の問題が生じる。

*****コラム*****

単純な補助政策でも同様の議論は可能である。

一単位の公共財供給に対して、以下のような限界的な補助額を設定する。

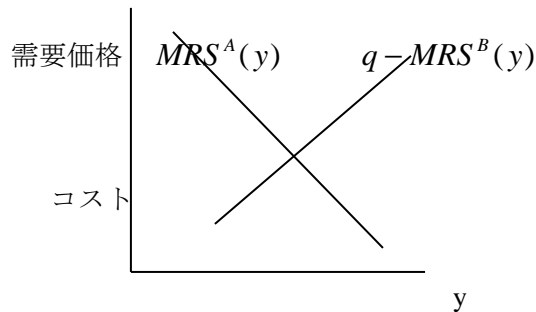
$$s^A = MRS^B = \frac{u_y^B}{u_x^B}, s^B = MRS^A = \frac{u_y^A}{u_x^A}$$

このとき、各個人が直面する公共財の限界価格は $q - s^A = q - (MRS^B) = q - \frac{u_y^B}{u_x^B}$ となる。

各個人は、この直面する価格と、個人の MRS を一致させるように行動するので、

$$MRS^A = q - \frac{u_y^B}{u_x^B} \text{ となり、}$$

$$\frac{u_y^A}{u_x^A} + \frac{u_y^B}{u_x^B} = q \text{ が成立。}$$



したがって、効率的な条件が達成される。

(限界代替率逓減より MRS は右下がり)

しかし、このような限界的な価格を実現するためには、個人 i に対して、

$\int_{y^0}^y (q - MRS^{-i}(y^{-i})) dy$ を料金として徴収する必要がある。ここで、 y^0 は、効率的な供給

量よりも小さな適当な値であれば良い。このとき、一単位 y を増加させるときの限界価格は、 $q - MRS^{-i}(y)$ となる。(この値は、効率的な供給レベルの近辺では必ずプラスとなる。なぜなら、その近辺では、MRS の我が q に等しいから) ここで個人の直面する問題は、

$$\text{MAX } u^i(x^i, y) \quad \text{s.t.} \quad x^i + \int_{y^{-i}}^y (q - MRS^{-i}(y^{-i})) dy = \bar{w}^i \text{ となる。}$$

このもつで、効率的な公共財のレベルが達成される。それを y^* とすれば、そのとき、収入

は、 $\int_{y^0}^{y^*} (q - MRS^B(y^B)) dy + \int_{y^0}^{y^*} (q - MRS^A(y^A)) dy$ となるが、これはコスト qy よりも小さ

くなる。(単純のために $y^0 = 0$ とすれば、収入は大きくなるが、 y^* の近辺で $\sum MRS = q$ であり、一単位の y の増加でその分の費用 q を賄っている(限界的な収入の増加分は、 $q - MRS^B(y^B) + q - MRS^A(y^A) = q$) が、それよりも小さな y の近辺では、 y の減少と友に MRS は増加するので、 $q - MRS^B(y^B) + q - MRS^A(y^A) < q$ となり、) まかなえない。よって合計値も、 qy に届かず、赤字になる。

3.8.4 その他の政府介入の効果

公共財を供給させるための政府の行動は、いろいろな興味ぶかい効果を生み出す。

- (1) 個人間の一括所得移転（所得再分配）→Warr=Shibata の中立命題
公共財を供給させようとして、所得移転をしても、効果は無いという命題
- (2) 個人間での差別的補助→効用変化のパラドックス
ある人に公共財を供給させようとして補助を与えても、その補助が、かえって、その人の効用を下げるように働く可能性がある。
- (3) 個人間での戦略的トランスファー→トランスファーパラドックス
戦略的に、相手に補助を与えて、公共財を供給させることが、外部性を通じて、自分の効用を高める可能性がある。

など

3.9 均衡（効率配分）の公平的位置付け：効率、公平、社会厚生

3.9.1 社会厚生を考え方

リンダール均衡の性質（2）より、いかなる資源配分状態も、適切な政策によって達成可能。→では、どんな配分が社会的に望ましいの？

（1）社会厚生関数

社会厚生を表す関数を考える。（この関数の形が、公平性の概念を表す。）

$$W \equiv w(u^A, u^B)$$

→少し特定化： $W = \left\{ \sum a^i (u^i)^\rho \right\}^{\frac{1}{\rho}}$

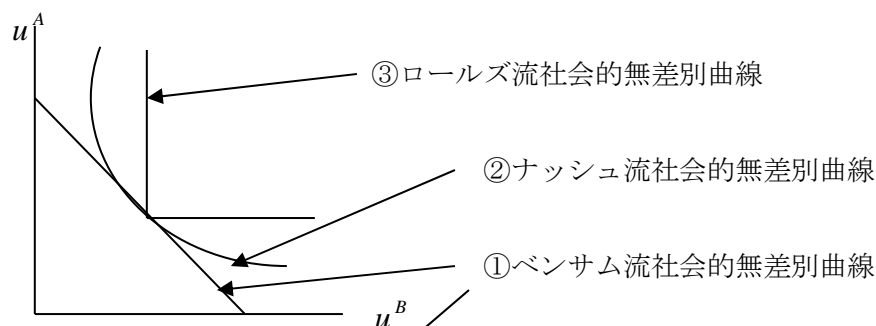
ここで、 ρ は個人間の代替性を表すパラメーター

簡単化のためにウェイト a は1とする。

① $\rho = 1$ のケース：ベンサム流功利主義的（Utilitarian）社会厚生関数： $W = u^A + u^B$

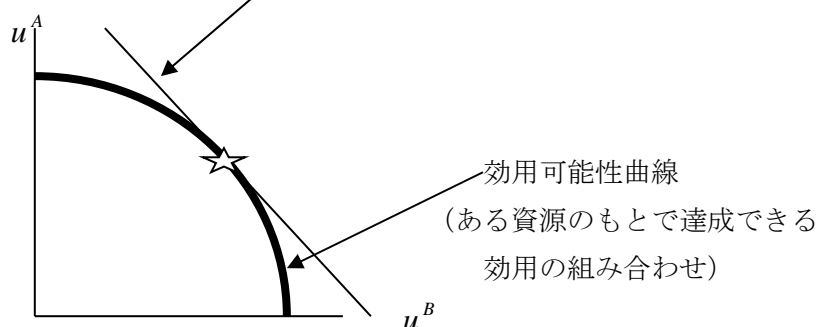
② $\rho = 0$ のケース：ナッシュ流社会厚生関数： $W = u^A u^B$

③ $\rho = -\infty$ のケース：ロールズ流（Max-Min 主義的）社会厚生関数： $W = \min(u^A, u^B)$



（2）社会厚生が最大になる点は？

効用可能性曲線との交点



今までは、この太線の上にあるかどうか（あれば効率的）だけが問題だった。

これからは、その上でも、さらに接点にあることが必要となる。
もうひとつ公平性の条件が追加される。

3.9.2 社会厚生最大化モデル

最適資源配分

$$\text{MAX } W(u^A(x^A, y), u^B(x^B, y)) \quad \text{s.t. } f(x^A + x^B, y, w) = 0$$

f は、生産可能な集合の関係を表すもの。

(w が与えられたときの、実現可能な x と y の関係)

$$x^A \text{ の条件式: } \frac{\partial W}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial x^A} + \mu f_{x^A} = 0 \quad (1)$$

$$x^B \text{ の条件式: } \frac{\partial W}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial x^B} + \mu f_{x^B} = 0 \quad (2)$$

$$y \text{ の条件式: } \frac{\partial W}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial y} + \mu f_y = 0 \quad (3)$$

$$\text{これらの条件式より、} \frac{\frac{\partial u^A}{\partial y}}{\frac{\partial u^A}{\partial x^A}} f_{x^A} + \frac{\frac{\partial u^B}{\partial y}}{\frac{\partial u^B}{\partial x^B}} f_{x^B} = f_y$$

$$f_{x^A} = f_{x^B} \text{ なので、} f_x \text{ とすれば、} \frac{\frac{\partial u^A}{\partial y}}{\frac{\partial u^A}{\partial x^A}} + \frac{\frac{\partial u^B}{\partial y}}{\frac{\partial u^B}{\partial x^B}} = \frac{f_y}{f_x} \text{ となる。}$$

したがって、 MRS(A)+MRS(B)=MRT が成立：**効率性条件成立！**

また、(1)、(2) より、

$$\frac{\frac{\partial W}{\partial u^A}}{\frac{\partial u^A}{\partial x^A}} = \frac{\frac{\partial W}{\partial u^B}}{\frac{\partial u^B}{\partial x^B}} \quad (\star)$$

$\frac{\partial W}{\partial u^i}$: 社会的重要度、 $\frac{\partial u^i}{\partial x^i}$: 消費の限界効用

これは、公平性の条件式。図での☆にあることを意味する。

$$\text{社会的無差別曲線の傾き} \rightarrow \frac{\frac{\partial W}{\partial u^A}}{\frac{\partial W}{\partial u^B}} = \frac{\frac{\partial u^B}{\partial x^B}}{\frac{\partial u^A}{\partial x^A}} \leftarrow \text{効用可能性曲線の傾き}$$

3.9.3 リンダール均衡の公平的位置付け

3.6 で議論した、交渉の結果として達成されるリンダール均衡は、公平な見地からはどのように位置づけられるのか?すなわち、どのような公平性概念を考えれば、リンダール均衡を社会的に最適なものとみなせるのか?

リンダール均衡の問題

$$\text{MAX } u^A(x^A, y^A) \quad \text{s.t.} \quad x^A + q^A y^A = w$$

ラグランジュ乗数を $-\lambda$ とすれば、条件式は、次となる。

$$\frac{\partial u^A}{\partial x^A} = \lambda^A q^A, \quad \frac{\partial u^A}{\partial y^A} = \lambda^A$$

λ の意味

ここで、 λ の意味を考える。

$$\text{予算制約式を全微分して、} dx^A + q^A dy^A = dw \rightarrow \frac{dx^A}{dw} + q^A \frac{dy^A}{dw} = 1$$

$$\frac{\partial u^A}{\partial w} = \frac{\partial u^A}{\partial x^A} \frac{\partial x^A}{\partial w} + \frac{\partial u^A}{\partial y^A} \frac{\partial y^A}{\partial w} = \lambda^A \frac{\partial x^A}{\partial w} + \lambda^A q^A \frac{\partial y^A}{\partial w} = \lambda^A$$

よって、 λ は所得の限界効用を表している。

$$\text{したがって、} \frac{\partial u^A}{\partial w} = \lambda^A \text{ および } \frac{\partial u^B}{\partial w} = \lambda^B \text{ が成立。} \quad (\star)$$

リンダール均衡で達成される社会厚生状態

リンダール均衡において社会厚生が最大になっているとすれば、3.8.2の(☆)が成立必要。

$$\frac{\frac{\partial W}{\partial u^A}}{\frac{\partial W}{\partial u^B}} = \frac{\frac{\partial x^B}{\partial u^A}}{\frac{\partial x^A}{\partial u^A}} \text{ および } \star \text{ より、 } \frac{\frac{\partial W}{\partial u^A}}{\frac{\partial W}{\partial u^B}} = \frac{\frac{\partial w}{\partial u^A}}{\frac{\partial w}{\partial u^B}} \text{ が成立する。}$$

リンダール均衡に対応する社会的重要度比率の解釈

→効用関数は同じで、所得だけが違うとする。

たとえば、A=高所得者（金持ち）、B=低所得者とする。

このとき、Aの所得の限界効用（ λ^A ）< Bの所得の限界効用（ λ^B ）

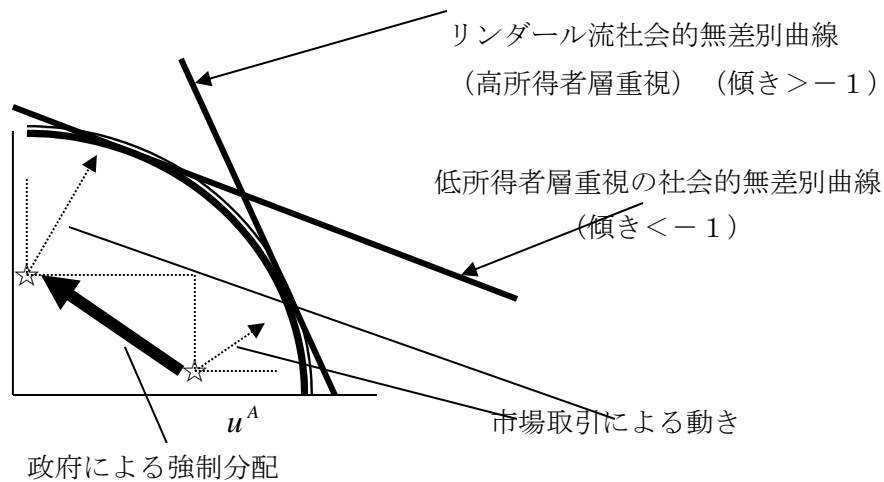
となるので、社会的重要度の関係は、 $\frac{\partial W}{\partial u^A} > \frac{\partial W}{\partial u^B}$ となる。

→高所得者層を重視

図による解釈

効用可能性曲線

u^B



①リンダールの社会厚生関数： $W = \frac{1}{\lambda^A} u^A + \frac{1}{\lambda^B} u^B$ (←証明は、対応定理の証明と同様。)

(リンダールでは、 $\lambda^A < \lambda^B$ なので、傾きは、-1よりも大きくなる。(確認せよ))

命題：リンダール均衡によってもたらされる均衡は、金持ちを重視した社会で達成される最適配分に対応する。

③低所得者層重視の社会厚生関数

「高所得者層（Aさん）の社会的重要度<低所得者層（Bさん）の社会的重要度」となるような社会厚生関数を考える。（このとき、 $W = a^A u^A + a^B u^B$ とおけば、この関係は $a^A < a^B$ となる。そのとき、傾きは、-1よりも小さくなる。）

したがって、強制的に政府が適切な再分配を行う必要あり。（ \blackrightarrow の矢印）

しかし最適なところまで分配すると、結果としての均衡では、Aさんの方がBさんよりも

⁶ ここで、消費の限界効用がラグランジュ乗数と等しくなるのは、その財をニューメーラールにしているためである。

金持ちになる。(図のケース) 結局、**社会で優遇される人が金持ちになる。**

リンダール均衡として達成させるためには、結果として以下の式が成り立っている必要がある。

$$a^A = \frac{1}{\lambda^A}, a^B = \frac{1}{\lambda^B}$$

しかし、 $a^A < a^B$ なので、 $\lambda^A > \lambda^B$ なる必要がある。すなわち、Bさんの所得の限界効用が小さい。効用関数が同じで賃金のみが違う世界では、これは、Bさんの所得がAさんの所得よりも大きいことを意味する。結局以下のことが分かる。

命題 リンダール均衡の限界

効用関数が同じで賃金のみが違う単純な世界では、リンダール均衡においてある特定の層を重視した社会を実現するためには、その層の所得を他の層よりも大きくするような所得再分配を行うことになる。

まとめ

リンダール均衡では、金持ちが重視された社会が実現される。初期の所得再分配をもちいて、リンダール均衡である層を重視した社会を作ろうとすると、その層を金持ちにしなければならない。

3.9.4 政治的供給 (投票) における公平的位置付け

投票＝一人一票、社会的重要度はうまく反映されない。

$$u^A = u^A(x^A, y) \quad \text{s.t.} \quad x^A + qy = w \quad \text{政府供給なので、} q \text{ は各個人共通で一定。}$$

投票で決定されたレベル $\equiv y^*$

A=高所得者 (金持ち)、B=低所得者として、所得のみが違えば。(同じ効用関数)

$$x^A = w^A - qy^* > w^B - qy^* = x^B$$

よって、 $\frac{\partial u^A}{\partial x^A} < \frac{\partial u^B}{\partial x^B}$ となる。

もし、投票の結果として達成される各個人の厚生が、社会厚生を最大化にしているならば、条件☆が成立しているはずだから、社会的重要度の比率としては、

$$\frac{\frac{\partial W}{\partial u^A}}{\frac{\partial W}{\partial u^B}} = \frac{\frac{\partial u^B}{\partial x^A}}{\frac{\partial x^B}{\partial u^A}} \text{ が成立しているはず.したがって、} \frac{\partial W}{\partial u^A} > \frac{\partial W}{\partial u^B} \text{ となる。}$$

またしても、金持ち重視の社会になる。

3.9.5 まとめ

効率性と公平性の達成度は、以下のようにまとめられる。

公共財供給のタイプ	効率性の達成	公平性の達成
市場供給	×	金持ち重視
市場供給 (+リンダールメカニズム)	○	金持ち重視
市場供給 (+政治(投票))	○	金持ち重視
政府供給 (完全情報)	○	○ (社会厚生最大)
政府供給 (不完全情報)	×	×

3.10 公共財の政府供給：社会厚生を最大化

3.10.1 最大化問題

政府が社会厚生を最大化するように公共財を直接供給する問題を考える。

社会主義VS 市場主義

社会主義：政府がすべてを決める問題＝最適問題を解くのと同じ。個人の行動を無視。

市場主義：個人の効用最大化行動を踏まえて、政府が税金を調達し公共財を供給。

消費量の配分などは個人が決める。⁷

設定

政府が各個人から税 (t^A, t^B) を徴収する。

各個人の予算制約式： $w^i - t^i = x^i$ 、

政府の予算制約式： $t^A + t^B = qy$

政府が直面する問題

$$\text{MAX}_{t^A, t^B} W(u^A(x^A, y), u^B(x^B, y)) \quad \text{s.t.} \quad t^A + t^B = qy$$

各個人の効用最大化を考慮して、書換えれば、

(ここでのモデルは簡単なので予算制約式を代入すれば良い。)

$$\text{MAX}_{x, y} W(u^A(w^A - t^A, y), u^B(w^B - t^B, y)) \quad \text{s.t.} \quad t^A + t^B = qy$$

< 企業側の問題 >

$$\text{MAX} \quad px + qy \quad \text{s.t.} \quad f(x, y; w) = 0$$

< 市場均衡 >

$$x^A + x^B = x, w^A + w^B = w$$

まず、政府の最大化問題の条件式より、次を得る。

⁷ただ、ここでのモデルでは、私的消費財はひとつなので、配分を決めているわけではないが、一般的には複数の私的消費財があるので、その消費配分は各個人が決める。

$$\frac{\partial W}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial x^A} = \frac{\partial W}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial x^B} \quad (\text{公平性条件☆と一致})$$

$$\frac{u_y^A}{u_x^A} + \frac{u_y^B}{u_x^B} = \frac{q}{p}$$

$$\text{また、企業の最大化問題より } \frac{f_y}{f_x} = \frac{q}{p}$$

したがって、 $\Sigma \text{MRS} = \text{MRT}$ となる。(効率性条件も成立)

効率性と公平性の同時達成。こんなに簡単に達成できるの？

3.10.2 政府供給の問題点

最適性を達成するためには、主に次の3つが必要。

ポイント1：情報の問題：各個人の行動、効用関数をすべて知っている必要あり。

ポイント2：取引コストの問題：個別に税金を設定する必要あり。

ポイント3：資金調達の問題：税金はゆがみの無い方法で調達されなければならない。

たとえば、

①情報が不完全な場合⇒ゆがみが生じる。(当然だね)

EX:もし申告させたら、どうなる？(顕示選好の問題：前のセクションでやったよね。同じ問題が発生)

②個別課税ができない場合(すなわち、全員に同じ税しか課せない場合 ($t^A = t^B$))

EX:条件式はどうなるのか?2つの条件は達成できるのか?

③一括税が採用できない場合(すなわち、ある特別な財の消費税でまかなう場合)

EX:2財の消費財があるモデルにする。個人の限界代替率にずれが生じる。結果として、効率性が達成できない。

(なぜ?どのように課税すればずれは少ない?→次章の問題)