

第3章 最適課税と補助金制度

- 分権下における中央・地方政府間関係の分析 -

第1節 はじめに

社会の成熟化とともに、住民のニーズは多様化してきている。現在の中央主導の集権的意思決定を行う財政システムの下で、それらのニーズを満たすことは限界に来ている。このような現状をふまれば、財政システムは、中央政府主導の体制から、地方政府が権限を持つ地方分権システムに移っていく必要がある。しかしながら、地方政府が独自に政策を執行する分権システムにおいても全くの問題がないわけではない。地方分権下において生じる問題点を考慮して、地方間の財政調整のあり方を真剣に議論する時期に来ている。

本章では、第1章及び第2章で分析された最適課税論のフレームワークを用いて、地方政府への補助の問題を分析する。前章では、寄付行為に代表される社会貢献活動の特性に応じて、政府がどのような補助を行うべきかを分析した。消費者を地方政府とみなせば、同様のフレームワークで地方に対する中央政府の補助の問題を分析することが出来る。前章で分析された寄付行為は、ある個人の行動が別の個人の行動に影響を与えるという意味での外部性を持っていた。一方、地方公共財も、国が供給する公共財とは性格を異とし、地域間の境界を越えて他の地域住民の効用に影響を及ぼす。前章との本質的な違いは、個人的社会貢献活動（寄付）に対する補助システムは全国画一的になされるのに対し、地方政府に対する補助は地域別になされるという点である。

地方分権下において、中央政府に残された役割は、地方政府間で引き起こされる問題を解決することである。中央政府は、地方政府の財政調整を地方公共財への補助及び課税システムによって行うと考えるのが一般的である。そのとき、最適なシステムは、それぞれの地方の公共財が他の地域住民にどのような効果を及ぼしているのかをふまえて、決定されなければならない。¹これらの問題は、地方政府が、他の地域にも影響を及ぼすような公共財を自発的に供給するモデルを用いて分析することが出来る。

外部性を含んだ財の自発的供給モデルに関しては、社会貢献活動の分野で個人間のトランスファーが資源配分に対して中立になるケースや、社会貢献は政府によって直接行われるべきなのかそれとも補助制度を利用して民間によって自発的になされるべきなのかを議論したものがある。²

それらの議論を地方間や国際間の問題として取り入れたものに、Boadway et al. (1989)、Gordon

¹ たとえば、ある地域の地方公共財が他の地域住民に正の外部効果を与えているならば、その地域の公共財に補助を与え、その地方公共財の供給を促進することは、経済全体の効用を増大させるという意味で、望ましい。一方、負の外部性を持つ場合には、補助よりもむしろ課税することがいいかもしれない。

² 中立命題に関する議論は、Warr (1982, 1983)によって提示され、Roberts (1984)、Bergstrom et al. (1986)及びAndreoni (1989)などによって一般化がなされている。また、国が直接的に公共財を供給すべきかどうかに関しては、Feldstein (1980, 1987)、Driessen (1987)及びRoberts (1987)を参照

(1983)及び Ithori (1994, 1996)³などがある。しかしながら、既存文献は、地域間での地方公共財が様々な影響を与えている現状をふまれば、妥当な仮定の下で国の最適な役割を十分に議論しているとはいえない。Boadway et al. (1989)は、各地域で供給される公共財に対して国が補助をおこなっているときでも、所得再分配が各地域の効用に影響を及ぼさないことを導出するとともに、補助率の変化が各地域の効用に及ぼす影響を分析し、最適な補助率が満たす条件も導出したが、彼らの分析は、他地域の公共財と自地域の公共財が完全代替であるケースに限定されていた。しかし、地方公共財の場合には、経済全体で同一の公共財を供給するのではなく、独自の公共財がスピルオーバーするため外部性を持つことになるため、自地域の供給する公共財と、他地域の供給する公共財は一般的には、完全代替ではないと考えるのが普通であろう。一般的な関係での定式化は、Ithori (1994)に見られるが、地方公共財全体での合成財の形を取っており完全に一般的ではない。一方、Gordon (1983)は、中央政府が地域を完全に統括する集権化経済での最適条件と、地方政府が独自に統治する分権化経済での最適条件を、一般的なモデルから導出し、中央政府と地方政府の最適な関係を考察しているが、明確な結論は得られていない。(Oates (1994)は、これらに関する最近の流れをまとめている。)したがって、各地方政府が、一般的な外部性のある地方公共財を自発的に供給するときの、中央政府による最適な補助システムを厳密に分析する事が必要である。

本稿では、これらの既存文献が持つ問題点を踏まえ、さまざまな影響を及ぼしあう地方公共財を考慮した一般的な効用関数を設定し、中央政府の最適な役割を議論する。その結果、以下の結論が得られる。第一に、中央政府が行う補助及び課税の効果は、各地域が供給する地方公共財が持つ特性に大きく依存し、最適な政府の介入は、その特性をふまえて決定されなければならない。また、政府の介入システムが持つ非効率性を考慮するだけでなく、地域間の公平性にも考慮しなければならない。最後に、その特性によっては、政策が180度転換する可能性があることも示される。

本章の構成は以下のようになっている。まず、第2節において、モデルのアウトラインを述べる。第3節では、政府の提示する補助システムの変化がおよぼす地方公共財の実質価格の変化が、均衡値に与える影響を分析する。第4節では、最適な補助のあり方が導出される。最後に、結論が第5節で述べられる。

第2節 地方政府の地域効用最大化行動

各地方政府は、各地域に存在する代表的個人の効用を最大化するように地方公共財を供給しよう。また、住民は地域間を移動しないとすれば、そのとき、地方政府の行動はその地域に住む代表的個人の行動として表すことができる。まず、効用関数として、地方公共財の持つ特徴である

³ Ithori (1994)は、一般的なスピルオーバー効果を持つ地方公共財を想定し、所得の増加が効用を減少させるような窮乏化成長を導く条件を提示した。また、Ithori (1996)では、国際公共財のフレームワークで、生産性(公共財の限界コスト)が違ふときのトランスファーの効果や生産性格差が拡大したときの効果を分析した。しかしながら、Ithori (1994, 1996)では、中央政府の最適な役割に関しては分析されていない。

スピルオーバー効果を考慮して、より一般的に、自地域の地方公共財だけではなく、他地域の地方公共財からも影響を受ける関数を考えよう。さらに、地方公共財以外に私的財や中央政府が供給する公共財からも効用を得るとすれば、効用関数は、以下のように表現される。

$$U = u(X^i, D^i; D^{-i}, G) \quad (3-1)$$

ここで、添え字 i は地域を表している。簡単化のために、地方政府の数は 2 とする。また、 X^i は、私的財の消費量を、 D^i は、自地域の地方公共財の供給量を、 D^{-i} は、他地域の地方公共財の量を、 G は、中央政府による公共財のレベルを、それぞれ表している。⁴また、 X^i 及び D^i は正常財（上級財）であるとする。ここで、他の地域の地方公共財が自地域の効用に与える直接的影響（ $u_{D^{-i}}^i$ ）を一次の外部性と呼ぶことにする。地方の代表的個人が需要する私的財の数、公共財の数は、それぞれ一つとする。

次に、地方政府が直面する予算制約式を考えよう。予算制約式は、以下のように表される。

$$X^i + qD^i = Y^i - T^i$$

ここで、 q, Y, T は、それぞれ、地方公共財の価格、各地域の代表的個人が受け取る所得合計（地域の総収入と考えてもよい。）、各地域の代表的個人が中央政府に支払う税額（地方政府が支払うと考えてもよい。以下、各地域の代表的個人を地方政府と呼ぶことにする。）を表している。所得と価格は一定であるとする。

次に、政府の税徴収および、各地域への補助システムを考える。本章では、簡単化のために、先にも述べたように、この徴収システムを課税最低限 0 をもった線形所得税に限定する。地方公共財の供給額に応じて、中央政府からその一定割合の補助金が配布されるとしよう。⁵そのとき、各地方政府から徴収する実質税額は、地方政府の所得と地方公共財の供給額に依存した形で、

$$T^i = tY^i - \mathbf{a}^i q D^i \quad (3-2)$$

と表される。ここで、 t, \mathbf{a}^i は、それぞれ、線形所得税率（全ての地方政府に共通して一定）と地方公共財供給額に対する補助率を表している。

さらに、(3-2)を用いて予算制約式を書き換えると、

$$X^i + p^i D^i = (1-t)Y^i \quad (3-3)$$

を得る。ここで、 $p^i \equiv (1-\mathbf{a}^i)q$ と表されており、各地方政府が直面する実質的な地方公共財の価格と見なすことが出来る。このような中央政府の補助システムがあれば、表面的な価格（ q ）よりも \mathbf{a}^i の分だけ地方公共財の実質価格が引き下げられていることになる。

⁴効用関数は、すべての要素に関して連続 2 階微分可能であり、私的財と自地域の地方公共財に関して強く準凹な増加関数であるとする。また、私的財や自地域の地方公共財の量が 0 に近づくとき、それぞれの限界効用は、無限大になるとする。すなわち、 $\lim_{X^i \rightarrow 0} u_{X^i} = \infty$, $\lim_{D^i \rightarrow 0} u_{D^i} = \infty$ である。ここで、 u_{X^i} は、効用関数 u を X^i で偏微分したことを表している。

⁵日本の実際のシステムと照らし合わせてみると、ここでのシステムは、定率補助の国庫支出金に該当する。また、現在の国庫支出金の大部分は定率であることから、本章の分析は、国庫支出金のあり方に関わる分析と考えることが出来るであろう。

このとき、地方政府の行動は以下で表される。

$$\begin{aligned} & \underset{X^i, D^i}{MAX} U = u(X^i, D^i; D^{-i}, G) \\ & \text{subject to} \\ & X^i + p^i D^i = (1-t)Y^i \end{aligned}$$

効用最大化行動により、地方政府が満たすべき一階の必要条件式は、

$$\begin{aligned} u_{X^i} - I^i &= 0 \\ u_{D^i} - I^i p^i &= 0 \end{aligned} \tag{3-4}$$

と予算制約式(3-3)になる。ここで、 I^i は、ラグランジュ乗数であり、第 i 地域の所得の限界効用を表している。(3-4)から、 I^i を消去すれば、周知の条件式を得る。

$$\frac{u_{D^i}}{u_{X^i}} = p^i \tag{3-5}$$

ここで、第 i 地方政府の限界代替率 $\frac{u_{D^i}}{u_{X^i}}$ を R^i と定義すれば、(3-5)は、

$$R^i(X^i, D^i; D^{-i}, G) = p^i \tag{3-6}$$

と書ける。このとき、地方政府は、最適行動の必要条件式(3-6)と予算制約式(3-3)を満たすように、私的財の消費量と地方公共財の供給量を決定する。容易にわかるように、各地方政府の行動の決定に関して、一次の外部性 ($u_{D^{-i}}^i$) は影響を及ぼさない。第3節で示されるように、需要量を変化させる外部性の程度は、二次の外部性 ($u_{D^i D^{-i}}^i$ および $u_{X^i D^{-i}}^i$) に依存している。なぜなら、一次の外部性の程度がどうであれ、需要量を決定する式は(3-6)と予算制約式(3-3)であるので、一次の外部性の程度は効用をシフトさせるのみで、所得税率や補助率の影響分析をする際には、問題とはならないからである。(最適税率を議論するときには、一次の外部性も問題となる。)

本章では、公共財水準モデルの仮定から内点解が存在するので、その解は、

$$\begin{aligned} X^i &= X^i(p^i, t, D^{-i}, G) \\ D^i &= D^i(p^i, t, D^{-i}, G) \end{aligned} \tag{3-7}$$

と表される。この式からわかるように、地方政府は、私的財の消費量と地方公共財の供給量を地方公共財の実質価格と線形所得税率、他地方政府の地方公共財の量及び、中央政府による公共財水準によって決定されることがわかる。他地方政府の地方公共財の供給量もまた、その他の地方政府の地方公共財の量に依存した形で決定される。地方公共財の価格、線形所得税率および中央政府によって供給された公共財水準が与えられたとき、均衡が存在するとすれば、地方公共財の供給量は

$$\begin{aligned} D^1 &= D^1(p, t, D^2, G) \\ D^2 &= D^2(p, t, D^1, G) \end{aligned} \tag{3-8}$$

が同時に成立するように達成される。⁶その結果、(3-8)が同時に成立するような解として、地方公共

⁶ この均衡は、ナッシュ均衡と一致し、他の地方政府の予想する地方公共財の量が、本地方政府が行う供給量と一致する状態である。(解の存在は、次節で議論される。)

財供給の均衡値は次のように求められる。

$$\begin{aligned} D^1 &= D^1(p^1, t, G) \\ D^2 &= D^2(p^2, t, G) \end{aligned} \quad (3-9)$$

第3節 補助率の変化に対する地方公共財供給量への影響

本節では、地方分権下における最適な中央政府の役割を分析するために、中央政府の補助の変化が、地方政府の地方公共財の供給などの行動にどのような変化を及ぼすのかを議論してみよう。分析は、第2章と同様の手順でなされる。

補助率の変化は、実質価格を変化させ、その変化の効果は、以下に示されるように、実質価格の変化と負の関係にある。

$$\frac{dp}{da} = -q < 0$$

以下では、補助率の変化を分析する手法として、実質価格の変化の効果を考えることにする。

予算制約式(3-3)を私的財需要について解き、前節で得られた各地方政府の行動式(3-6)に代入すれば、条件式は以下の式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} R((1-t)Y^1 - p^1 D^1, D^1; D^2, G) &= p^1 \\ R((1-t)Y^2 - p^2 D^2, D^2; D^1, G) &= p^2 \end{aligned}$$

この二式をみたとすように、各地方政府の地方公共財の供給量が決定される。この体系式を全微分することによって、以下を得る。

$$\begin{pmatrix} R_{D^1}^1 - p^1 R_{X^1}^1 & R_{D^2}^1 \\ R_{D^1}^2 & R_{D^2}^2 - p^2 R_{X^2}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{D}^1 \\ \mathcal{D}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + R_{X^1}^1 D^1 & 0 \\ 0 & 1 + R_{X^2}^2 D^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{P}^1 \\ \mathcal{P}^2 \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

以下では、地方公共財供給に関わる実質価格の変化がその供給量に与える効果を、直接的効果と、外部性を通じた間接効果に分けて分析する。

3.1 価格変化の直接効果

実際には、均衡における地方公共財供給量は、価格の変化を通じた直接的な影響とその価格変化によって引き起こされた他地域の地方公共財供給の変化による外部的影響の2つの影響を受ける。まずはじめに、地方公共財のネット価格がその地域の地方公共財供給に与える直接効果を導出してみよう。

この効果は、上記のマトリックス(3-2)において、外部性がゼロであると仮定することによって求められる。すなわち、 $R_{D^i}^i = 0$ において、次を得る。

$$D_{p^i}^i \equiv \frac{\mathcal{D}^i}{\mathcal{P}^i} = \frac{1}{R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i} (1 + R_{X^i}^i D^i) < 0 \quad (3-11)$$

準凹関数と正常財の仮定から、 $R_{X^i}^i > 0, R_{D^i}^i < 0$ が得られるので、価格変化が地方公共財供給量

に及ぼす直接的効果は、負になることがわかる。

同様に、他地域の地方公共財供給の変化に対する自地域の地方公共財供給への影響は、 $\mathcal{J}p^i = 0$ とおいて次のように求められる。

$$D_{D^{-i}}^i \equiv \frac{\mathcal{J}D^i}{\mathcal{J}D^{-i}} = \frac{-1}{R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i} R_{D^{-i}}^i \quad (3-12)$$

ここで、 $\frac{-1}{R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i} > 0$ に気付けば、反応曲線の傾きは、他地域の地方公共財供給量が自地域の限界代替率に与える影響、すなわち $R_{D^{-i}}^i$ の符号によって決定されることがわかる。 $R_{D^{-i}}^i$ の符号は、外部性の度合いがいかなるものであるかによって左右される。そこで、この符号に従って、エッジワース反応曲線の意味で、地方公共財のもつ外部性の特性を以下のようにクラス分けすることにしよう。

外部性の特性分類

- (代替的性質) もし $R_{D^{-i}}^i < 0$ ならば、自地域の地方公共財は、他地域の地方政府による地方公共財と代替的關係にある。
- (独立) もし $R_{D^{-i}}^i = 0$ ならば、自地域の地方公共財は、他地域の地方政府による地方公共財と独立關係にある。
- (補完的性質) もし $R_{D^{-i}}^i > 0$ ならば、自地域の地方公共財は、他地域の地方政府による地方公共財と補完的關係にある。

同様に、価格変化が私的財の消費量に与える影響も以下のように導出される。

$$X_{p^i}^i \equiv \frac{\mathcal{J}X^i}{\mathcal{J}p^i} = \frac{-1}{R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i} (D^i R_{D^i}^i + p^i)$$

$$X_{D^{-i}}^i \equiv \frac{\mathcal{J}X^i}{\mathcal{J}D^{-i}} = \frac{1}{R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i} R_{D^{-i}}^i p^i = -p D_{D^{-i}}^i$$

価格変化の消費量に与える影響は、実質価格の大きさに依存しており、決定されない。また、他地域の地方公共財供給の変化に対する影響は、外部性の特性とともに決定される。簡単にわかるように、外部性の度合いに関係なく、他地域の地方公共財供給の変化に対する自地域の私的財消費への影響 ($X_{D^{-i}}^i$) は、地方公共財供給量への影響 ($D_{D^{-i}}^i$) と反対である。

3.2 間接効果を含めた全体効果

3.1 では、直接効果のみを導出したが、実際には、実質価格の変化は、地方公共財の他の地域への外部効果を通じた間接効果も引き起こす。本小節では、間接効果を含めた全体の効果を導出する。

まず、自地域における地方公共財の実質価格の変化が、均衡における自地域の地方公共財供給量

に与える全効果は、(3-10)より次のように表される。

$$\frac{dD^i}{dp^i} = \frac{(1 + R_{X^i}^i D^i)(R_{D^{-i}}^{-i} - pR_{X^{-i}}^{-i})}{(R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i)(R_{D^{-i}}^{-i} - p^i R_{X^{-i}}^{-i}) - R_{D^{-i}}^i R_{D^i}^{-i}} \quad (3-13)$$

3.1 で導出された直接効果は負であったが、間接効果を含めた結果、均衡値として達成される地方公共財供給量への影響は、負であるとは限らない。(3-13)は、直接効果の表現を用いて書き換えると、以下のようになる。

$$\frac{dD^i}{dp^i} = \frac{D_{p^i}^i}{H} \quad (3-14)$$

ここで、すでに分子の符号は負であることを確認しているのので、(3-14)の符号は、分母の符号で決まることがわかる。(3-16)を、直接効果がわかるように分解すれば、

$$\frac{dD^i}{dp^i} = D_{p^i}^i + \frac{D_{D^{-i}}^i}{H} (D_{D^i}^{-i} D_{p^i}^i) \quad (3-15)$$

を得る。第一項は、直接効果そのものである。間接効果は、第二項に表されている。第二項の括弧の中の後半部分 ($D_{p^i}^i$) は、実質価格の変化による自地域の地方公共財供給量の変化を、また前半部分 ($D_{D^i}^{-i}$) は、その変化に対する他地域の地方公共財供給量の変化を表している。また、

$H \equiv 1 - D_{D^{-i}}^i D_{D^i}^{-i}$ と定義されており、 $\frac{1}{H}$ は、各地域の反応の度合いを表すパラメーターである。

したがって、括弧の前にかかる $\frac{D_{D^{-i}}^i}{H}$ は、他地域の地方公共財供給量の変化に対応して、達成される自地域の地方公共財供給量がどのように変化するかを表す調整パラメーターである。⁷

外部性特性の違いによって、補助率が下落（実質価格が上昇）したときの地方公共財供給量に対する全効果を分析してみよう。得られる結果は、以下のようにとまとめられる。

命題 3-1 自地域の補助率の下落（実質価格の上昇）が自地域の地方公共財供給量に及ぼす

全効果

均衡が安定であるならば、外部性特性に関わらず、自地域の補助率の下落（実質価格の上昇）が自地域の地方公共財供給量に及ぼす全効果は負となる。

この命題における結果は、ある地域での地方公共財の補助率の下落が、実質価格の上昇を引き起こし、地域の合理的な行動の結果として、その地域の地方公共財供給量が減少するという結果を示している。

⁷ ここで、地域が2つのケースでは、周知のように均衡が安定ならば $H > 0$ となる。（安定性は $1 > |D_{D^{-i}}^i D_{D^i}^{-i}|$ によって保証される）すなわち、安定ならば、 $(R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i)(R_{D^{-i}}^{-i} - p^i R_{X^{-i}}^{-i}) - R_{D^{-i}}^i R_{D^i}^{-i} > 0$ となる。均衡が安定であるかどうかに関する条件が、分母の符号を決定する。均衡の安定性の十分条件として、内部効果の優越性条件が挙げられる。補論参照。

次に、他地域の補助率が下落（実質価格が上昇）したときの自地域の地方公共財供給への効果を導出してみよう。その効果は、(3-12)より、

$$\frac{dD^i}{dp^{-i}} = \frac{R_{D^{-i}}^i (1 + R_{X^{-i}}^{-i} D^{-i})}{(R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i)(R_{D^{-i}}^{-i} - p^i R_{X^{-i}}^{-i}) - R_{D^{-i}}^i R_{D^i}^{-i}} \quad (3-16)$$

と表される。同様に、直接効果の表現を用いて(3-16)を書き換えると、次のようになる。

$$\frac{dD^i}{dp^{-i}} = \frac{D_{D^{-i}}^i}{H} (D_{p^{-i}}^{-i}) \quad (3-17)$$

他地域の実質価格が変化したときに、まず、他地域の地方公共財供給を変化させ、その変化を通して、自地域の地方公共財供給量が影響を受けることがわかる。この効果の符号を見てみよう。外部性の特性の違いによって、以下の命題としてまとめられる。

命題 3-2 他地域の補助率の下落（実質価格の上昇）が自地域の地方公共財供給量に与える

全効果

均衡が安定でかつ、各地域の地方公共財の外部性特性が補完的（代替的）ならば、他地域の補助率の下落（実質価格の上昇）が自地域の地方公共財供給量に与える全効果は、負（正）となる。

命題 3-1 では、均衡が安定である限り、補助率の下落によって、その地域における地方公共財の供給量は下落した。しかし、命題 3-2 で示されるように、他の地域で補助率が下落するときには、自地域での地方公共財の供給量に対する効果の符号は必ずしも確定しない。その効果は外部性特性に依存している。命題 3-2 は、外部性特性が代替的であるならば、補助率が下落しているにもかかわらず、地方公共財の供給量が多くなるケースがあることを示している。

また、価格が私的財の需要量に与える影響も同様な形で導出することが出来る。

$$\frac{dX^i}{dp^i} = X_{p^i}^i + \frac{X_{D^{-i}}^i}{H} (D_{D^i}^{-i} D_{p^i}^i)$$

第一項は直接効果を、第二項は間接効果を表している。第二項の分子は、外部性の特性から、また分母は、その特性を下にした安定性の議論から決定されるが、第一項の直接効果に関する情報はなく、全体効果に対する符号も決定されない。

以上、第 3 節では、補助率の変化が実質価格の変化を通じて地域の公共財供給量に与える様々な効果を、外部性の特性と関係づけながら議論してきた。これをふまえ、次節では、最適な補助率を検討してみよう。

第 4 節 最適課税体系

前節までの分析において、地方公共財の補助率の変化を通じた実質価格の変化が均衡における地方公共財の供給量に与える影響を分析した。本節では、最適な課税や補助の仕方に注目してみよう。まず、徴税面に分析を絞るため、中央政府が供給すべき公共財水準は先決されていると仮定する。

そのとき、ある所得税率（ t ）および地方公共財補助率（ a^i ）を前提とした下で求められる均衡がどのようなものかを知り尽くしているという意味で中央政府が全知全能ならば、中央政府がとるべき行動は、社会的な厚生を最大にするように、所得税率と地方公共財補助率を操作することである。

社会的厚生関数を、バーグソン・サミュエルソンタイプの関数として次のように定義する。

$$W = W(u^1, u^2) \quad (3-18)$$

一方で、中央政府の予算制約式は、

$$tY^1 - a^1 qD^1 + tY^2 - a^2 qD^2 = P_G G \quad (3-19)$$

となる。 P_G は、公共財の価格を表している。そのとき、中央政府のとるべき行動は、政府の予算制約式(3-19)を制約として、社会厚生(3-18)を最大にするように、補助率及び所得税率を決定することとなる。中央政府は、社会的厚生を最大にするという目的を持っているとする。そのとき、そのためには、最適課税体系（最適所得税率と最適補助率）はいかなるものになるかを検討しよう。

以下のラグランジュ関数をおく。

$$L_{t, a^1, a^2} \equiv W(u^1, u^2) + m\{tY^1 + tY^2 - a^1 qD^1 - a^2 qD^2\} - P_G G$$

ここで、 m は政府の予算制約式に付随したラグランジュ乗数であり、政府の税収が一単位増加したときの社会的限界効用を表している。もし、二階条件が満たされるならば、最大化問題の解は、以下の条件式を満足するように決定される。

$$W^i(u_{X^i}^i \frac{dX^i}{da^i} + u_{D^i}^i \frac{dD^i}{da^i} + u_{D^{-i}}^i \frac{dD^{-i}}{da^i}) + W^{-i}(u_{X^{-i}}^{-i} \frac{dX^{-i}}{da^i} + u_{D^{-i}}^{-i} \frac{dD^{-i}}{da^i} + u_{D^i}^{-i} \frac{dD^i}{da^i}) + m\{-qD^i\} - a^i q \frac{dD^i}{da^i} - a^{-i} q \frac{dD^{-i}}{da^i} = 0 \quad (i=1,2) \quad (3-20)$$

$$W^1(u_{X^1}^1 \frac{dX^1}{dt} + u_{D^1}^1 \frac{dD^1}{dt} + u_{D^2}^1 \frac{dD^2}{dt}) + W^2(u_{X^2}^2 \frac{dX^2}{dt} + u_{D^2}^2 \frac{dD^2}{dt} + u_{D^1}^2 \frac{dD^1}{dt}) + m\{Y^1 + Y^2 - a^1 q \frac{dD^1}{dt} - a^2 q \frac{dD^2}{dt}\} = 0 \quad (3-21)$$

ここで、 $w^i \equiv \frac{\partial W}{\partial u^i}$ と定義されており、地域 i の効用が一単位変化したときの社会的限界効用を表している。

さらに、地方政府の効用最大化条件(3-4)から所得の限界効用（ I^i ）の表現で書き換え、また、寄付活動の変数に着目するために、予算制約式を全微分したものをを用いて私的消費（ X^i ）の表現を消去すれば、(3-20)及び(3-21)は、

$$w^i u_{D^{-i}}^i \frac{dD^{-i}}{da^i} + w^{-i} u_{D^i}^{-i} \frac{dD^i}{da^i} + I^i w^i (qD^i) + m\{-qD^i\} - a^i q \frac{dD^i}{da^i} - a^{-i} q \frac{dD^{-i}}{da^i} = 0 \quad (3-22)$$

$$w^1 u_{D^2}^1 \frac{dD^2}{dt^1} + w^2 u_{D^1}^2 \frac{dD^1}{dt^1} + I^1 w^1 (-Y^1) + I^2 w^2 (-Y^2) + m\{Y^1 + Y^2 - a^1 q \frac{dD^1}{dt} - a^2 q \frac{dD^2}{dt}\} = 0 \quad (3-23)$$

4.1 最適補助率

補助システムが持つ制度上の非効率性（超過負担）

補助システムにおいて補助率が変化すると、地方公共財の実質価格が変化し地方公共財の供給量が変化する。そのとき、補助システムは、制度上の非効率性を持つ。したがって、最適な補助率は、その非効率性を考慮して設定されなければならない。まず、この制度が持つ非効率性を明示的に表すことにしよう。そうすることによって、最適な補助率がこの日効率性をどのように考慮して設定されるのかを理解することが容易になる。補助率の変化を通じて実質価格が変化したときに生じる非効率性は、地方公共財供給量のタームで、代替項 D_S^i として表される。この符号は、負となる。⁸直接効果（ $D_{p^i}^i$ ）に対して、代替項 D_S^i 及び所得項 D_L^i （ > 0 ）を用いてスルツキー分解を施せば、それは $D_{p^i}^i = D_S^i - D^i D_L^i$ と表される。(3-13)及び(3-16)で示された補助率と地方公共財供給量の関係を用いて、補助率が変化したときの全効果は、代替項と所得項の表現を用いて、

$$\frac{dD^i}{da^i} = \frac{dD^i}{dp^i} \frac{dp^i}{da^i} = \frac{-q}{H} (D_S^i - D^i D_L^i) \quad (3-24)$$

及び

$$\frac{dD^{-i}}{da^i} = \frac{dD^{-i}}{dp^i} \frac{dp^i}{da^i} = \frac{-q}{H} D_{D^i}^{-i} (D_S^i - D^i D_L^i) \quad (3-25)$$

と表される。

所得の社会的限界効用

次に、所得項の部分を経済学的に理解するために、所得の社会的限界効用（ g^i ）の概念を導入しよう。それは、

$$g^i \equiv I^i w^i - m^i \frac{1}{H} (a^i D_L^i + a^{-i} D_{D^i}^{-i} D_L^i) + w^i u_{D^i}^i \left(\frac{1}{H} D_{D^i}^{-i} D_L^i \right) + w^{-i} u_{D^i}^{-i} \left(\frac{1}{H} D_L^i \right) \quad (3-26)$$

と表される。まず、第一項は、所得の限界効用に各地域の社会的重要度を掛け合わせたものであり、地域の所得が一単位増加したときの地域の効用の変化を通じた社会的限界効用と考えることが出来る。一方、第二項は、各地域の所得が増加したときに、各地域の地方公共財供給量の変化から生じる税収の変化による社会的限界効用の変化分を表している。また、第三項および第四項は、地方公共財供給量変化の一次の外部性による社会的限界効用である。すなわち、(3-26)は、所得の変化によって、地域の効用変化及び地方公共財供給の変化から生じる政府の税収変化を考慮した社会的限界効用の変化を表しており、一般的な意味での所得の社会的限界効用を表している。

では、次に(3-26)のそれぞれの項の符号を考えてみよう。まず第一項は、正となる。また、第二項は、所得の増加による地方公共財供給の変化による税収の変化であり、二次の外部性の特質及び補助率に依存している。第三項および第四項は、一次の外部性の特質および二次の外部性の特質に

⁸ $D_S^i = \frac{-U_{X^i}^i}{R_{X^i}^i U_{D^i}^i - R_{D^i}^i U_{X^i}^i} < 0$ と計算される。

依存している。したがって、全体の符号は、外部性の特質、均衡の安定性、他地域への補助率などによって決められる。⁹

外部効果の部分を明示的に表すために、所得の限界効用の直接的効果の部分を g_d^i とし、残りの部分を間接的効果（外部効果）として g_e^i と定義すれば、

$$g_d^i \equiv I^i w^i - ma^i q \frac{1}{H} (D_L^i) \quad (3-27)$$

$$g_e^i \equiv -ma^{-i} q \frac{1}{H} (D_{D^i}^{-i} D_L^i) + w^i u_{D^i}^i \frac{1}{H} (D_{D^i}^{-i} D_L^i) + w^{-i} u_{D^i}^{-i} \frac{1}{H} (D_L^i) \quad (3-28)$$

となる。間接的限界効用の符号を考えてみよう。第2項及び第3項は、一次の外部性による社会的限界効用であり、外部性が正である限り、正となる。しかしながら、地方公共財補助率が正である限り、第1項は負となり、符号は確定しない。これは、外部性が社会的に望ましいものであっても、その影響により地方公共財供給量が増加するために、国からの補助額が増大するからであり、その補助の増大が社会厚生を低めるときには、間接的な所得の社会的限界効用は負になる可能性がある。

条件式の解釈

これまでのところで、最適補助率の条件式を解釈するための準備段階として、補助システムが持つ制度上の非効率性及び効率的な部分として所得の社会的限界効用を考慮し、その符号を検討した。そこでこれらの表現(3-24),(3-25),(3-27)及び(3-28)から、地方公共財補助率の条件式(3-22)は、

$$w^i u_{D^i}^i \left(\frac{q}{H} D_{D^i}^{-i} D_S^i \right) + w^{-i} u_{D^i}^{-i} \left(\frac{q}{H} D_S^i \right) + m \frac{-q}{H} (a^i q D_S^i + a^{-i} q D_{D^i}^{-i} D_S^i) = (g_d^i + g_e^i - m) q D^i \quad (3-29)$$

と書き換えられる。(3-29)の左辺は、代替項に関わる非効率性の部分である。これらの非効率的部分を解釈するために、地方公共財供給の外部効果を考慮して実質価格が変化したときの自地域と他地域における地方公共財供給量の補整的变化分（ $\Delta D_{p^i}^i$ 及び $\Delta D_{p^i}^{-i}$ ）は、

$$\Delta D_{p^i}^i \equiv \frac{1}{H} D_S^i \quad (3-30)$$

$$\Delta D_{p^i}^{-i} \equiv \frac{1}{H} D_{D^i}^{-i} D_S^i \quad (3-31)$$

と表される。均衡が安定であれば、 $\Delta D_{p^i}^i$ （実質価格の上昇による自地域の補整的变化分）の符号

⁹外部効果がない経済での符号を考えてみよう。 $D_{D^i}^i = 0$ とおくと、そのとき、所得の社会的限界効用(3-26)は、 $g^i \equiv I^i w^i - ma^i q D_L^i$ となる。第一項は正である。通常、補助ではないケース（税金）では、 a は負となり、所得の増加は税収の増加を生み出すために第二項も正となり、所得の社会的限界効用は必ず正となる。しかし、本章で検討する補助システムでは、所得の増加によって地方公共財供給が増加するために税収が減少し、その効果により負となる。そのときには、社会的限界効用の符号は、確定しない。すなわち、補助システムが存在する下では、所得が上昇したとしても、それが政府からの補助額支出を大きく増大させるときには、社会効用を減少させる可能性が存在する。一般的には、さらに外部効果が存在するために、他地域の地方公共財供給行動を通じた間接効果が加わる。

は負となる。また、均衡が安定であり、かつ外部性の特性が補完的（代替的）であれば、 $\Delta D_{p^i}^{-i}$ （実質価格の上昇による他地域の地方公共財の補整的变化分）の符号は負（正）となる。

また、実質価格の変化が、社会全体の地方公共財の変化を通して総補助額に与える補整的变化を ΔS_{p^j} と定義すれば、それは、

$$\Delta S_{p^j} \equiv \mathbf{a}^i q \Delta D_{p^i}^i + \mathbf{a}^{-i} q \Delta D_{p^i}^{-i} \quad (3-32)$$

と表される。また、この符号に関して次を得る。均衡が安定であり、かつ外部性の特性が補完的であれば、 ΔS_{p^j} の符号は負となる。

ここで、補整的变化の表現((3-30),(3-31),(3-32))を用いて、(3-29)を整理すると

$$\frac{w^i u_{D^{-i}}^i(q) \Delta D_{p^i}^{-i} + w^{-i} u_{D^i}^{-i}(q) \Delta D_{p^i}^i + \mathbf{m} - q \Delta S_{p^j}}{q D^i} = \mathbf{g}_d^i + \mathbf{g}_e^i - \mathbf{m} \quad (3-33)$$

となる。まず、右辺を解釈してみよう。右辺は、民間部門に購買力を振り向けて所得が一単位増加したときの各家計の社会的限界効用（直接的（ \mathbf{g}_d^i ）、間接的（ \mathbf{g}_e^i ））の平均と、公共部門に購買力を振り向けて税収を一単位増加させたときの社会的限界効用（ \mathbf{m} ）の差を表している。つまり、政府と民間のどちらに購買力を配分することが、社会的に見て効率的かを表している。完全に効率的であれば両者は一致することから、右辺は、非効率性の度合いを表しており、絶対値の値は効率性の口スの大きさと理解できるであろう。¹⁰

また、左辺の分子第1項及び第2項は、地方公共財補助率の変化によって引き起こされた地方公共財供給量の補整的变化の一次の外部性を通じた民間の社会的限界効用であり、第3項は地方公共財補助率の変化によって引き起こされた総補助額の補整的变化を通じた政府税収の社会的限界効用を表している。また、分母は、地方公共財供給額を表していることに気付けば、次の命題を得る。

命題 3-3 最適補助率

最適補助率は、各地域の地方公共財供給額と、補助率の変化が引き起こす社会的効用の補整的变化との比率が、効率性の差に等しくなるように決定される。

つまり、最適な地方公共財供給に対する補助率は、効率性の差に等しいような社会的効用の補整的变化が起こるように、決められなければならないことを示している。すなわち、左辺は制度が持つ非効率性であり、その部分を考慮した公共部門の効率性と、民間部門の効率性を等しくするように、補助率は設定されるのである。また、第2章と比較すればわかるように、補助率の決定に際して公平性のタームは問題とはならない。なぜなら、補助率は、各地域の地方公共財に差別的に個別に設定されているからである。

¹⁰ 外部性が存在しない場合には、 $\mathbf{g}_d^i - \mathbf{m}$ によって、効率性が示される。しかし、外部性があるときには、外部性がある分だけその条件が補整され、外部性を考慮した所得の社会的限界効用を政府税収の社会的限界効用と一致することが効率的となる。

4.2 最適所得税率

4.1 では、地方公共財補助率に関する条件式を解釈してきた。所得税率に関しても同様に理解できる。所得税率が両地域の地方所得に影響を及ぼしていることに気付けば、税率変化に対する地方公共財供給量への全効果は、次のように所得の変化の効果の和として表される。すなわち、

$$\begin{aligned}\frac{dD^i}{dt} &= \frac{dD^i}{d(1-t)Y^i} \frac{d(1-t)Y^i}{dt} \\ &= \frac{1}{1 - D_{D^2}^1 D_{D^1}^2} \{-Y^i D_{D^1}^i + D_{D^2}^i (-Y^{-i} D_{D^2}^{-i})\}\end{aligned}$$

と表される。

地方公共財補助率に施したのと同様の方法によって、所得税率に関わる条件式(3-23)を、所得の社会的限界効用の定義を用いて変形すると、

$$0 = \sum_{i=1}^2 (\mathbf{g}_d^i + \mathbf{g}_e^i - \mathbf{m})(-Y^i) \quad (3-34)$$

となる。この式において、最適補助率の条件式(3-33)と違い左辺（補整的变化分）が0になる理由は、本章における所得は一定であり所得税は一括税と変わらないからであり、徴収時に補整的变化、すなわち効率性のロスが生じないからである。一方で、外部性が存在する本章のモデルにおいて、ファーストベストの資源配分状態は、 $\mathbf{g}_d + \mathbf{g}_e = \mathbf{m}$ が達成されている状態¹¹であり、所得税の条件式は、その状態とは一致しない。この所得税体系が非効率性の問題を引き起こさないにもかかわらず、ロスのない所得税によってこの状態が達成できない理由は、設定される所得税体系がすべての地域に関して同一であり、公平性の問題を解決できないからである。二地域が同一ではなく、両地域に同一の課税しかできない状態では、最適な所得税体系は、公平性と効率性のトレードオフに直面し、両方を埋め合わせる形で所得税が課されることになる。

このことは、(3-34)を以下のように書き直すことによって、確認できる。

$$0 = \frac{\overline{\mathbf{g}_d} + \overline{\mathbf{g}_e} - \overline{\mathbf{m}}}{\overline{\mathbf{m}}} + \frac{\overline{\mathbf{g}_d}}{\overline{\mathbf{m}}} (\Omega_d^Y - 1) + \frac{\overline{\mathbf{g}_e}}{\overline{\mathbf{m}}} (\Omega_e^Y - 1) \quad (3-35)$$

$\overline{\mathbf{g}_j} \equiv \frac{\mathbf{g}_j^1 + \mathbf{g}_j^2}{2}$, ($j = d, e$)、 $\mathbf{f}_Y \equiv \frac{Y^i}{Y^1 + Y^2}$ 、 $\Omega_j^Y \equiv \frac{\mathbf{g}_j^1 \mathbf{f}_Y + \mathbf{g}_j^2 \mathbf{f}_Y}{\overline{\mathbf{g}_j}}$, ($j = d, e$)と定義されて

いる。ここで、 $\overline{\mathbf{g}_d}, \overline{\mathbf{g}_e}, \overline{\mathbf{g}_d}, \overline{\mathbf{g}_e}$ は、それぞれ個人*i*の所得が変化したときの、直接的社会的限界効用、外部効果を考慮した間接的社会的限界効用、所得の直接的社会的限界効用の平均、所得の間接的社会的限界効用の平均を表している。また、 $\mathbf{f}_Y, \Omega_d^Y, \Omega_e^Y$ は、それぞれ、全所得に対する地域*i*の所得のシェア、所得の直接的分配特性、及び所得の間接的分配特性を表している。

¹¹ この状態は、各地域の個別の所得税を課したときに達成することができる。個別の所得税は、個別一括税と同じであり、これは、厚生経済学の第二基本定理と対応している。

補助率の条件式と同様に、第一項は、4.1 で述べられた効率性のタームである。一方、第二項は、地域所得の外部性を考慮しない直接的な分配特性が1とどのくらい乖離しているかを表している。直接的分配特性は、その定義から、各地域の所得の直接的社会的限界効用を各家計の需要構成比で加重平均したものであるから、所得の直接的社会的限界効用の高い家計が相対的に多く消費するほど直接的分配特性は大きくなる。完全に平等に需要されている場合には、分配特性は1となり、この項は消滅する。よって、この項は、地方公共財の直接的な不公平性を表しており、直接的な公平性のタームと理解できるであろう。一方、第三項も同様に理解すれば、外部性効果の公平性のタームと理解できるであろう。すなわち、第二項及び第三項は、それぞれ直接的及び間接的な地域所得の公平性のタームと理解することが出来る。したがって、最適所得税率は、効率性と所得の公平性を考慮して、(3-35)を満たすように決定されなければならない。

さらに、(3-34)は、 $(g_d^1 + g_e^1) \frac{Y^1}{Y^1 + Y^2} + (g_d^2 + g_e^2) \frac{Y^2}{Y^1 + Y^2} = m$ と書きかえられる。そのとき次の命題を得る。

命題 3-4

最適所得税体系は、所得のシェアで調整された所得の社会的限界効用が、政府税収の社会的限界効用に等しくなるように決定される。

上で述べたように、ファーストベストな状態は、所得の社会的限界効用と政府税収の社会的限界効用が等しくなる状態 ($g_d^i + g_e^i = m$) で達成される。しかし、異質な二地域が存在する下で、所得税率は一つに定められなければならない世界では、公平性の問題を調整することが出来ず、ファーストベストな状態は達成できない。効率と公平の両面を考慮した次善の意味での最適な所得税率は、上記の様に所得シェアで調整された家計部門と政府部門の限界効用を等しくするものとなる。

4.3 補助率と外部性

これまでの分析では、最適な所得税率および補助率が満たすべき条件を一般的に論じてきた。以下では、最適所得税体系が設定されている下で、より具体的に、補助をすべきか課税をすべきかという政策が、外部性の存在によってどのように変わるのかを検討してみよう。(3-34)から、所得に格差がある限り、二地域の内、ある地域において政府予算の規模が最適な状態よりも過大に ($g_d^i + g_e^i > m$)、もう一方の地域において過小 ($g_d^i + g_e^i < m$) になる。

ここで、一般性を失うことなく、第1地域で政府が過小に、第2地域で政府が過大になっていると仮定する。以下では、少し制約を導入し、一次の外部性 (u_{D-i}^i) が十分小さいとしよう。そのとき、補助率の最適条件式(3-33)から、

$$\Delta S_{p^1} > 0, \Delta S_{p^2} < 0 \quad (3-36)$$

を得る。所得税が最適に設定されている下では、最適補助率は、政府予算の規模が最適な状態よりも過小（過大）な地域で、総補助額の補整的变化が正（負）になるように決められなければならないことになる。

また、補整的变化の定義(3-36)に(3-30),(3-31)及び(3-32)を代入して、 $qD_s^i < 0$ で除せば、

$$\frac{a^1 + a^2 D_{D^1}^2}{H} < 0 \text{ 及び } \frac{a^2 + a^1 D_{D^2}^1}{H} > 0 \quad (3-37)$$

を得る。ここで、補助率の符号に関して次を得る。

命題 3-5

外部性が存在しない ($D_{D^i}^i = 0$) ならば、第1地域（中央政府が過小）には税 ($a^1 < 0$) を課し、第2地域（中央政府が過大）には補助 ($a^2 > 0$) を与えることが最適である。

この結論は当然の結論である。このことは、効率的観点から見て中央政府が過小になっている地域には税を課し資源を中央政府に吸い上げ、過大になっている地域には補助を与えて地方政府に資源をまわすように、補助率が決められることを示唆している。

しかしながら、外部性が存在するケースにはこのような結論は一般的に得られない。外部性が存在するケースに関して、補助のあり方を考えてみよう。一般性を失うことなく、(3-37)を以下のように書くことにする。

$$\frac{a^1 + a^2 D_{D^1}^2}{H} = -a \quad (3-38)$$

$$\frac{a^2 + a^1 D_{D^2}^1}{H} = b \quad (3-39)$$

ここで、 a および b は、正の数である。(3-38)及び(3-39)を補助率に関して解くと

$$a^1 = -(a + bD_{D^1}^2)$$

$$a^2 = aD_{D^2}^1 + b$$

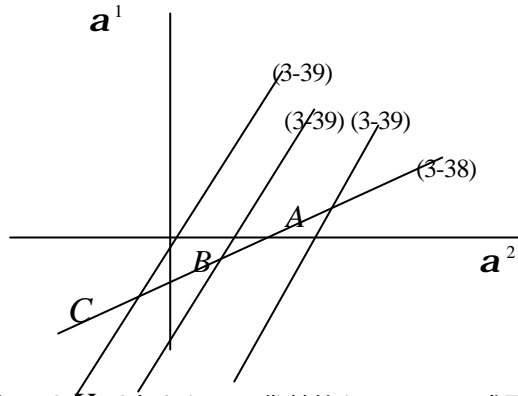
となる。容易に、次の命題を得る。

命題 3-6

各地域の外部性の特性が補完的 ($D_{D^i}^i > 0$) であれば、第1地域には税を課し ($a^1 < 0$)、第2地域には補助をする ($a^2 > 0$) べきである。

すなわち、外部性の特性が補完的である限り、補助をするか課税をするかは、外部性がない場合と同じである。一方、外部性の特性が大きく代替的であるケースには、 $a^1 > 0, a^2 < 0$ となる解も考えられる。そのときには、過大な地域にさらに中央政府を大きくするような税を課し、過小な地域にさらに中央政府を過小にするような補助を与えることが最適になる可能性がある。以下では、

図を用いてそれを確認しよう。(3-38)及び(3-39)は、以下のように表される。



安定の場合には、 H は負となり、代替的なので(3-38)式及び(3-39)式における a^1 軸との交点は、いずれも負となる。どちらの交点が大きいかはわからないため、(3-39)式に関して3種類の直線を引いている。このとき、ありうる均衡点は $A(a^1 > 0, a^2 > 0)$ 、 $B(a^1 < 0, a^2 > 0)$ 及び $C(a^1 < 0, a^2 < 0)$ であり、均衡点 A は、外部性がない世界で得られた結論と同じであるが、均衡点 B, C は、補助と課税が違って来る。すなわち、外部性の影響によって、どの地域に補助をし課税をするかは、違って来るわけである。

以上では、外部性の特性によって、補助率の符号が変化する可能性を見てきた。以下では、所得税率と補助率の条件式を組み合わせ、地域間の補助率の大きさを比べることにする。

4.4 補助率の大小比較

最後に、補助率の大きさを比較する。前小節と同じように、一次の外部性が十分小さいとき、政府の選択変数（地方公共財補助率と所得税率）に関する2つの条件式(3-5)および(3-6)は以下のようにまとめられる。

$$\frac{(-q)\Delta S_{p^j}}{qD^i} = \frac{g_d^j + g_e^j - m}{m} \quad (3-33)'$$

$$0 = \sum_{i=1}^2 (g_d^i + g_e^i - m)(Y^i) \quad (3-34)'$$

以上の二式から、次を得る。

$$\frac{\Delta S_{p^1}}{\left(\frac{D^1}{Y^1}\right)} + \frac{\Delta S_{p^2}}{\left(\frac{D^2}{Y^2}\right)} = 0 \quad (3-40)$$

(3-40)は、最適体系は、各地域の地方公共財のシェアで調整された各地域の実質価格変化による補助額の補正的变化分の和がゼロになるように決められなければならないことを示している。

また、(3-32)を(3-40)に代入して

$$\frac{\{a^1 \Delta D_{p^1}^1 + a^2 \Delta D_{p^1}^2\}(-Y^1)}{D^1} + \frac{\{a^2 \Delta D_{p^2}^2 + a^1 \Delta D_{p^2}^1\}(-Y^2)}{D^2} = 0$$

を得るので、各地域への補助率の比は、次のように導出される。

$$\frac{a^1}{a^2} = -\frac{\frac{\Delta D_{p^1}^2}{D^1} Y^1 + \frac{\Delta D_{p^2}^2}{D^2} Y^2}{\frac{\Delta D_{p^1}^1}{D^1} Y^1 + \frac{\Delta D_{p^2}^1}{D^2} Y^2}$$

すなわち、

$$\frac{a^1}{a^2} = -\frac{\frac{D_{D^1}^2 D_S^1}{D^1} Y^1 + \frac{D_S^2}{D^2} Y^2}{\frac{D_S^1}{D^1} Y^1 + \frac{D_{D^2}^1 D_S^1}{D^2} Y^2}$$

となり、各地域への補助率の大小は、各地域の公共財供給量、所得、代替効果、及び外部性の度合いによって決まることになる。各地域への補助率の絶対値について次を得る。

命題 3-7

外部性の度合いに関して $0 < D_{D^2}^1 < 1 < D_{D^1}^2$ が成立するならば、 $|a^1| > |a^2|$ となる。

先に述べた第 1 地域と第 2 地域を用いて表現すれば、 $0 < D_{D^2}^1 < 1 < D_{D^1}^2$ のような外部性があるときには、第 1 地域から第 2 地域への外部性が相対的に大きいために、第 1 地域への補助システムを通じた政府の介入が第 2 地域への介入よりも大きくなる。

第 5 節 むすび

地方公共財は、中央政府が供給する防衛のような通常の公共財と違い、地方間のスピルオーバー効果を通して外部性を及ぼしあう。そのときには、地方公共財供給の均衡状態はある補助率及び所得税率を所与として、お互いの地方公共財供給に関する予想が一致する均衡（ナッシュ均衡）として求められる。政府は、補助率及び所得税率の結果として生ずる均衡のセットの中から、最適な均衡を導くような補助率パラメーターを設定する。

本章では、地方分権的な経済における、中央政府による地方公共財への補助金のあり方に着目し、補助率の変更が引き起こす地方公共財の実質価格変化に伴い、均衡として達成される各地域の地方公共財供給量や総補助額がどのように変わるのかを、地方公共財が互いに持つ外部性の特性をクラス分けする事によって一般的に論じたあと、最適な補助政策が満たすべき条件を導出した。この条件は、通常の公平性及び効率性の条件に加え、外部性から生ずる効果をも考慮して、最適な補助率が設定されなければならないことを示している。また、外部性の特性によっては、外部性がないときに比べて反対の政策（つまり補助に対して、課税）がとられる可能性があることが示された。

今後の分析として、以下のような拡張が期待されるであろう。第一に、本章では、焦点を絞るために、2 タイプの個人のみが存在するケースを考えたが、本章のフレームワークを用いて、より一

一般的な n タイプの個人が存在するケースへと拡張することも可能であろう。第二に、各地方政府は地域住民の効用最大化を達成するように地方公共財を供給したが、他の目的を持っているケースも考えられ、そのような場合の最適補助システムを探ることも必要であろう。第三に、所得を一定であると仮定した。最適課税論の分野では、課税において労働供給の変化が課税方式に大きく影響を与えることが知られている。本章のフレームワークに従えば、中央政府のシステムが各地域の地方所得に影響を与える可能性が考えられる。また、労働供給が内生化するならば、他の地域の地方公共財の外部性が労働供給に与える影響も考慮しなければならないであろう。これらの点は、今後の課題としたい。¹²

補論

本文では、均衡の安定性の仮定の下で議論を展開した。ここでは、均衡の安定性が達成される十分条件を提示する。

仮定：直接（内部）効果の優越性

- 任意の地域の地方公共財供給の直接（内部）効果（各地域の限界代替率に与える地方公共財供給の効果）は、他地域から受ける間接（外部）効果（各地域の限界代替率に与える他地域の地方公共財供給の効果）よりも絶対的な意味で優越的である。すなわち、すべての i について

$$\left| R_{D^{-i}}^i \right| < \left| \frac{dR^i}{dD^i} \right| = \left| R_{D^i}^i - p^i R_{X^i}^i \right|$$

が成立する。

この仮定の下で、次の補題を得る。

補題 3-1

直接（内部）効果の優越性の下で、均衡は安定となる。

証明

$D_{D^{-i}}^i = \frac{-1}{R_{D^i}^i - pR_{X^i}^i} R_{D^{-i}}^i$ であるので、仮定より $\left| D_{D^{-i}}^i \right| < 1$ となる。ナッシュ均衡が安定であるための必要十分条件は、 $\left| D_{D^{-i}}^i D_{D^i}^{-i} \right| < 1$ で表されることに気づけば、安定性は満たされる。// 証明終わり

¹² 第 1 章及び Akai and Homma (1996) では、寄付理論（社会的貢献活動）の立場から、労働供給に与える効果の分析を行っている。

次に、この仮定の下で、補助率の変化による社会全体の総地方公共財供給量への影響も導出することが可能である。以下の補題が得られる。

補題 3-2

直接（内部）効果の優越性の下で、ある地域の補助率の下落（実質価格の上昇）が総地方公共財供給額に与える影響は、外部効果の特性に関わらず、負となる。

証明

総効果は、

$$\frac{dD}{dp^i} = \frac{dD^i}{dp^i} + \frac{dD^{-i}}{dp^i} = \frac{1}{H}(D_{p^i}^i + D_{D^i}^{-i}D_{p^i}^i) = \frac{1}{H}(1 + D_{D^i}^{-i})D_{p^i}^i$$

となる。仮定より得られる $|D_{D^i}^{-i}| < 1$ と $D_{p^i}^i < 0$ より、 $\frac{dD}{dp^i} < 0$ を得る。 // 証明終わり

参考文献

- Akai N. and M. Homma, (1996), "Toward A General Theory of Philanthropy with Taxation -An Application of Optimum Tax Theory to Charitable Contribution," *mimeo*.
- Andreoni, James, (1989) , "Giving with Impure Altruism: Applications to Charity and Ricardian Equivalence," *Journal of Political Economy*, 97, 1447-58.
- Bergstrom, T., L. Blume and H. Varian, (1986), "On the Private Provision of Public Good," *Journal of Public Economics* 29, 25-49
- Boadway, R., P.Pestieau and D. Wildasin, (1989), "Tax Transfer Policies and The Voluntary Provision of Public Goods," *Journal of Public Economics* 39, 157-176
- Driessen, P. A., (1987), "A Qualification Concerning The Efficiency of Tax Expenditure," *Journal of Public Economics*, 33, 125-31.
- Feldstein, Martin, (1980), A Contribution to The Theory of Tax Expenditure: The case of charitable giving in H. J. Aaron and M. Boskin, eds., *The economics of taxation*, Brookings, Washington, D.C., 99-122.
- Feldstein, Martin, (1987), "The Efficiency of Tax Expenditure: Reply," *Journal of Public Economics*, 33, 133-36.
- Gandolfo, G (1980), *Economic Dynamics: Methods and Models, Advanced Textbooks in Economics*, Vol.16.
- Gordon Roger H., (1983), "An Optimal Taxation Approach to Fiscal Federalism," *Quarterly Journal of Economics*, 97, 567-86.
- Oates Wallace E., (1994), "Federalism and Government Finance," Quigley and Smolensky eds. *Modern*

Public Finance, Chap5, 126-51.

Ihori, T. , (1994), "Immiserizing Growth with Interregional Externalities of Public Goods," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 485-496.

Ihori, T. , (1996), "International Public Goods and Contribution Productivity Differentials," *Journal of Public Economics*, 65, 567-85.

Roberts, R. D., (1984), "A Positive Model of Private Charity and Public Transfers," *Journal of Political Economy*, 92, 136-48.

Roberts, R. D., (1987), "Financing Public Goods," *Journal of Political Economy*, 95, 420-37.

Warr, P. G., (1982), "Pareto Optimal Redistribution and Private Charity," *Journal of Public Economics*, 19, 131-38.

Warr, P. G., (1983), "The Private Provision of a Public Good is Independent of The Distribution of Income," *Economics Letters* 13, 207-211.